

ГРАВИТАЦИЯ, КОСМОЛОГИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПОЛЯ*******

УДК 530.12

© Гуц А. К., Подоксёнов М. Н., 2022

**ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ КРотовых НОР В
ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**Гуц А. К.^{a,1}, Подоксёнов М. Н.^{b,2}^a Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, г. Омск, 644077, Россия^b Витебский государственный университет им. П. М. Машерова, г. Витебск, 210038, Беларусь

Описывается конструкция образования 3-мерных и 4-мерных кротовых нор в пространстве-времени за счет введения семейства топологий в 3-пространстве, использующего разрывы производных метрики.

Ключевые слова: 3- и 4-мерные кротовые норы, специальная топология, разрывы производных метрики.

**TOPOLOGICAL DESCRIPTION OF THE FORMATION OF WORMHOLES IN THE
GENERAL THEORY OF RELATIVITY**Guts A. K.^{a,1}, Podoksenov M. N.^{b,2}^a Dostoevsky Omsk State University, Omsk, 644077, Russia^b Masherov Vitebsk State University, Vitebsk, 210038, Belarus'

The construction of the formation of 3-dimensional wormholes and 4-dimensional wormholes is described by introducing a family of topologies in the 3-space, using discontinuities in the derivatives of the metric.

Keywords: 3- and 4-dimensional wormholes, special topology, discontinuities in metric derivatives.

PACS: 04.20.Gz

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2022.4.04–12

Введение

О кротовых норах в пространстве-времени специалисты по общей теории относительности много писали первоначально с 1950-х в связи с моделью электрического заряда, предложенной Уилером [1], затем с 1987 года, обсуждая модель машины времени, описанной Торном с соавторами [2]. В обоих случаях речь шла о 3-мерных кротовых норах – своеобразных туннелях в 3-пространстве, искусственное образование которых нарушала односвязность пространства и требовала экзотической материи в качестве источника.

Однако, еще в 1982 году в наших статьях [3, 4] было предложено создавать 4-мерные кротовые норы, которые нарушали связность 3-пространства, с целью сверхбыстрых перемещений во Вселенной или возврата в прошлое.

¹E-mail: aguts@mail.ru²E-mail: p._michael@mail.ru

Образование кротовых нор с точки зрения топологии означает произведение топологических перестроек 3-пространства за счет приклеивания 4-ручек $S^3 \times [0, 1]$ к 4-мерному пространству-времени в случае 4-мерной кротовой норы, или приклеивание 3-ручки $S^2 \times [0, 1]$ к 3-мерному физическому пространству в случае 3-мерной кротовой норы (см. рис. 1, 2).

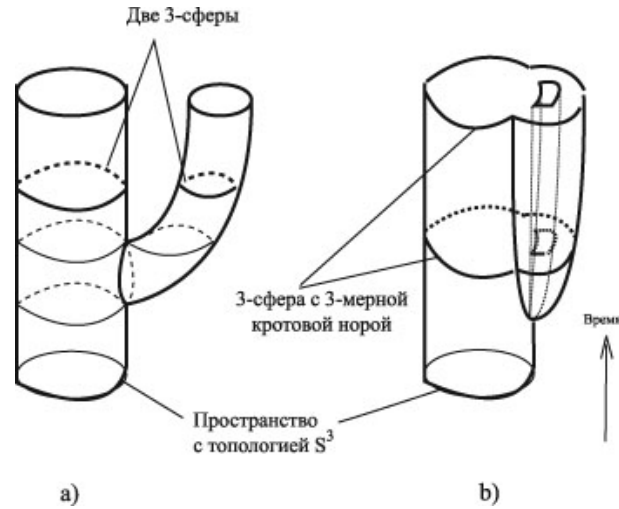


Рис. 1. а) Потеря связности 3-пространства с топологией 3-сферы. Образуются два 3-пространства, каждое из которых гомеоморфно 3-сфере; б) Потеря односвязности 3-пространства с топологией 3-сферы. Имеем одно 3-пространство.

В работах [3,4] изучалась проблема разрыва 3-мерного риманова пространства. Показывалась роль потери непрерывности первых производных римановой метрики на поверхности разрыва. Как этот процесс описывается за счет изменения топологии, было показано в статьях [5, 6].

В данной статье мы представляем усовершенствованную конструкцию образования кротовых нор, использующую изменяющееся во времени семейство топологий с конечной потерей непрерывности производных метрики, приводящее в итоге к пространству-времени с 3-мерной или 4-мерной кротовой норой.

1. Приклеивание 3-ручки к \mathbb{R}^3

Продemonстрируем как за счет введения семейства топологий \mathcal{T}_t , $t \in [0, 1]$, в евклидовом 3-мерном пространстве \mathbb{R}^3 мы породим 3-мерное пространство $\Gamma_1 = \langle \mathbb{R}^3, \mathcal{T}_1 \rangle$ с 3-мерной кротовой норой (3-ручкой) [6]. Процесс изображен на рис. 2 (b) (или на рис. 3 (b)).

Предлагаемая конструкция проще для понимания, чем конструкция Комаровского, представленная в [7].

Мы рассматриваем фактически 3-мерное арифметическое пространство \mathbb{R}^3 . Используем цилиндрическую систему координат в пространстве \mathbb{R}^3 .

Переход к неодносвязному 3-многообразию осуществляется за счет разреза по цилиндру $Z = \{(r, \varphi, z) : r = 1, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq 1\}$ и склеивания точек $(1, \varphi, z)$ отдельно для «внешнего берега» и «внутреннего берега» в точку (для каждого z отдельно) (см. рис. 4 (a)). Окружности C_1, C_2 и C_z ($0 < z < 1$), находящиеся на разных «берегах», стягиваются в точку; при этом полусферы S_1^2 и S_2^2 перестраиваются в сферы, к которым приклеен 3-мерный цилиндр $S^2 \times [0, 1]$, получаемый из цилиндра Z при факторизации по отношению эквивалентности \sim , описываемому ниже.

Как результат, имеем 3-многообразие с приклеенной 3-ручкой. Заметим, что в [8] дана топологически более сложная конструкция, менее отвечающая поставленной задаче.

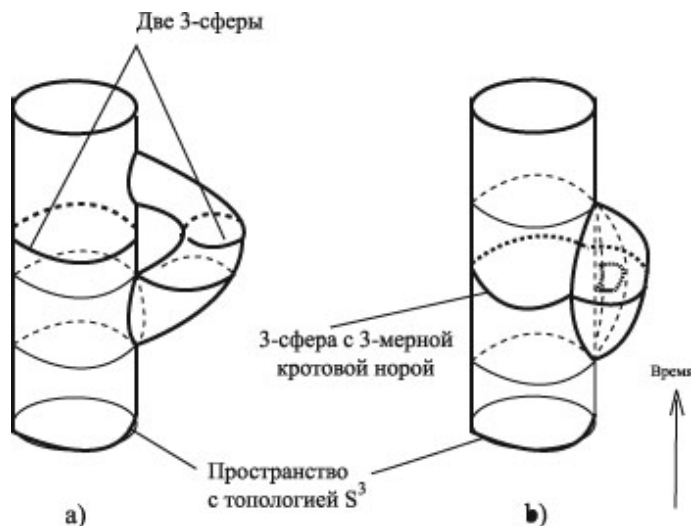


Рис. 2. а) Рождение 4-мерной кротовой норы. Пространство с топологией 3-сферы теряет связность. Образуются два пространства, каждое из которых гомеоморфно 3-сфере; б) Рождение 3-мерной кротовой норы в пространстве с топологией 3-сферы. Пространство теряет односвязность.

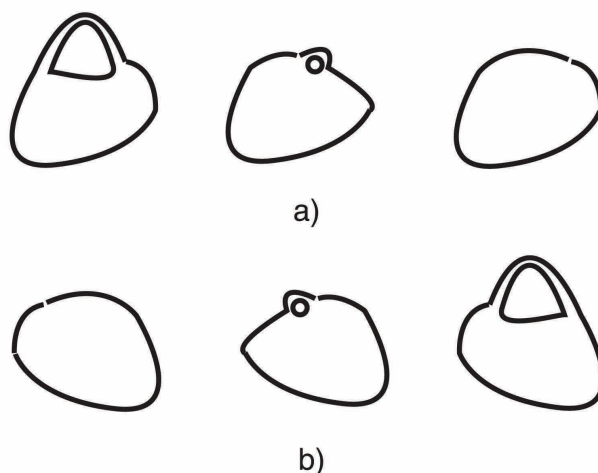


Рис. 3. а) Исчезновение 3-мерной кротовой норы, или 3-ручки; б) Рождение 3-мерной кротовой норы, или 3-ручки.

Для реализации описанной модели образования ручки рассмотрим параметрическое семейство функций $s_t(r)$, $t \in [0, 1]$, $r \in [0, +\infty)$, такое, что для любого $r \in [0, +\infty)$

$$s_0(r) \equiv 1, \quad s_t(0) = 1, \quad \lim_{r \rightarrow +\infty} s_t(r) = 1$$

и при $r \in (0, +\infty)$ семейство функций s_t представляет непрерывную деформацию функции s_0 в функцию s_1 , причем все $s_t(x)$ непрерывны вместе с первыми производными. Единственной функцией, производная которой имеет разрыв первого рода в точке $r = 1$ является $s_1(x)$ (см. рис. 4 (b)). Наконец, пусть

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} s_1'(r) = -1, \quad \lim_{r \rightarrow 1+0} s_1'(r) = +1.$$

Рассмотрим топологическое подпространство $\Gamma_t = \{(r, \varphi, z), s_t(r), s_t'(r \pm 0)\}$ с индуцированной топологией пятимерного арифметического пространства \mathbb{R}^5 , где $s_t'(r \pm 0) = \lim_{\rho \rightarrow r \pm 0} s_t'(\rho)$.

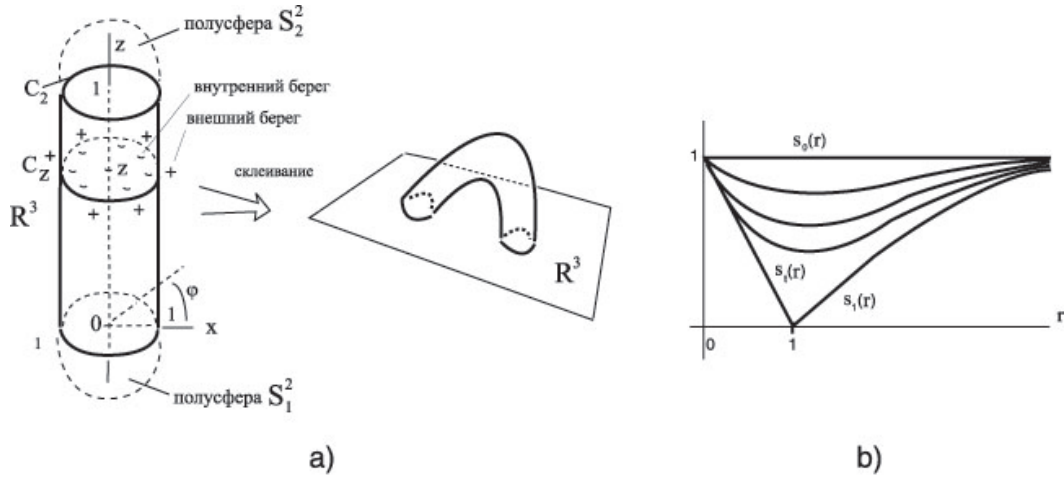


Рис. 4. а) Метаморфоза цилиндра Z ; б) Графики функций $s_t(r)$, $t \in [0, 1]$.

Две точки $((r, \varphi, z), a, \alpha)$ и $((r', \varphi', z'), b, \beta)$ пространства Γ_t назовем эквивалентными тогда и только тогда, когда, во-первых,

$$1) (r, \varphi, z) = (r', \varphi', z'); \quad 2) a = b; \quad 3) \lim_{\rho \rightarrow r-0} s'_t(\rho) = \lim_{\rho \rightarrow r+0} s'_t(\rho);$$

и, во-вторых,

$$1) r = 1, \quad 0 \leq \varphi', \varphi \leq 2\pi, \quad z' = z \quad (0 \leq z, z' \leq 1); \quad 2) a = b; \quad 3) (\alpha = \beta = \lim_{\rho \rightarrow 1-0} s'_t(\rho) = -1);$$

и, в-третьих,

$$1) r = 1, \quad 0 \leq \varphi', \varphi \leq 2\pi, \quad z' = z \quad (0 \leq z, z' \leq 1); \quad 2) a = b; \quad 3) (\alpha = \beta = \lim_{\rho \rightarrow 1+0} s'_t(\rho) = +1).$$

Профакторизуем пространство Γ_t по введеному отношению эквивалентности \sim . В результате при $t = 1$ пространство \mathbb{R}^3 превращается в многообразие с ручкой, т.е. в неодносвязное некомпактное 3-многообразие с 3-мерной ручкой, которую физики называют 3-мерной кротовой норой (см. рис. 3 (б)).

1.1. Изменение геометрии

Зададим семейство римановых метрик

$$dl_t^2 = A_t^2(r, z)[dr^2 + dz^2] + r^2[B_t(r, z)]^{-2}d\varphi^2,$$

отражающих изменение геометрии по мере изменения топологии, где функции A_t, B_t выбираются так, что, во-первых, при $t < 1$ они C^2 -гладкие и, во-вторых, при $t = 1$ имеем:

$$\lim_{r \rightarrow 1+0} A_t \neq \lim_{r \rightarrow 1-0} A_t, \quad \lim_{r \rightarrow 1+0} B_t \neq \lim_{r \rightarrow 1-0} B_t \quad \text{при } 0 < z < 1 \quad (1)$$

и

$$A_t(1, z)[B_t(1, z)]^{-1} \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow 1 - 0 \quad (0 \leq z \leq 1).$$

Последнее условие – это геометрическое отражение условия стягивания окружностей C_1, C_z, C_2 в точку, при котором их длина должна стремиться к нулю.

Более точным, вместо условий (1) было бы условие наличия разрыва конечного скачка у функции B_t по переменной r :

$$\lim_{r \rightarrow 1+0} \frac{\partial B_t}{\partial r} \neq \lim_{r \rightarrow 1-0} \frac{\partial B_t}{\partial r} \quad \text{при } 0 < z < 1. \quad (2)$$

Это говорит о нарушении гладкости, как компонент тензора кривизны, так и тензора Риччи. Если принять, что риманово многообразие замкнутое (или провести его компактификацию), и использовать формулы типа Гаусса-Бонне-Черна [9], например формулы Ревентоса (см. в [9]), то

это будет говорить о том, что при $t = 1$ за счет разрыва кривизны меняется одно из чисел Бетти, а точнее, $\beta_1(M^3)$. Иными словами, образуется ручка.

1.2. Физическая интерпретация

С точки зрения описания динамики образования ручки в 3-пространстве M^3 (на языке физиков – кротовой норы) в пространстве-времени с метрикой

$$dl_t^2 = A_t^2(r, z)[dr^2 + dz^2] + r^2[B_t(r, z)]^{-2}d\varphi^2 - [B_t(r, z)]^2dt^2,$$

условие (2) означает появление δ -функции $\delta(r)$ в правой части вакуумных уравнений Эйнштейна, трактуемое как включение источника энергии на границе цилиндра Z в момент времени $t = 1$. Именно этот приток энергии и меняет топологию 3-мерного пространства, делая ее неодносвязной.

2. Процесс разрыва 2-мерной поверхности на два «куска»

Посмотрим как можно осуществить топологическую перестройку на примере отрыва «куска» 2-мерной поверхности, избегая введения дополнительных функций s_t , которые никак не связаны с геометрией разрываемого пространства. Будем исправлять этот недостаток, заменяя функцию s_t на метрику поверхности, точнее, на коэффициенты 1-й квадратичной формы E, F, G :

$$ds^2 = \sum_{a,b=1}^2 g_{ab}du^a du^b = E(u, v)du^2 + 2F(u, v)dudv + G(u, v)dv^2.$$

Точнее, мы сочетаем идею изменения топологии, описываемой разрывами производной функции s_t , с идеей замены s_t на компоненты метрики g_{ab} [10].

Пусть дана поверхность S , а на ней жорданова гладкая кривая L . Читатель может представить себе для лучшего понимания, что разрывать будем двумерную сферу по экватору L . Рассмотрим гладкое векторное поле v , интегральные кривые которого исходят из точки (северный полюс сферы) вне кривой L и приходят в точку внутри кривой L (южный полюс), трансверсально пересекая L . Отметим, что, как будет видно из дальнейшего, для нас важным является происходящее в окрестности кривой L , и прочие точки поверхности не играют никакой роли. Для любой точки x из S можно вычислять предел производной метрики по проходящей через точку x интегральной кривой поля v с двух сторон – «справа» $+0$ и «слева» -0 . Мы полагаем, что метрика в момент разрыва такова, что эти производные равны везде, кроме точек кривой L (т.е. кроме точек экватора).

Вводим условие:

U : пределы производной метрики по проходящей через точку x

интегральной кривой поля v с двух сторон – «справа» $+0$ и «слева» -0 равны.

Говорим, что точки $x, y \in S$ эквивалентны, т.е. $x \sim y$, если $x = y$, и выполнено условие U .

Если для времени $t \in [0, 1)$ все компоненты метрики имеют гладкие производные, то фактор-пространство $S_t = S / \sim$ гомеоморфно поверхности S и состоит из одной компоненты связности. Но если при $t = 1$ производные метрики имеют разные пределы «справа» и «слева» на кривой L (на экваторе), т.е. условие U не выполняется, то фактор-пространство $S_1 = S / \sim$ имеет уже две компоненты связности. Иначе говоря, мы разрываем поверхность на два «куска» $K_0 = S \setminus \text{int}(K)$ и K (рис. 5).

В нашем примере со сферой при $t = 1$ точки на экваторе раздваиваются на северные точки (пределы -0) и на южные точки (пределы $+0$). Рождаются две полусферы с краями, состоящими из северных точек экватора и соответственно – южных точек экватора. Можно теперь отождествить все северные точки, и отдельно все южные точки, и получить две сферы. Иначе говоря, имеем

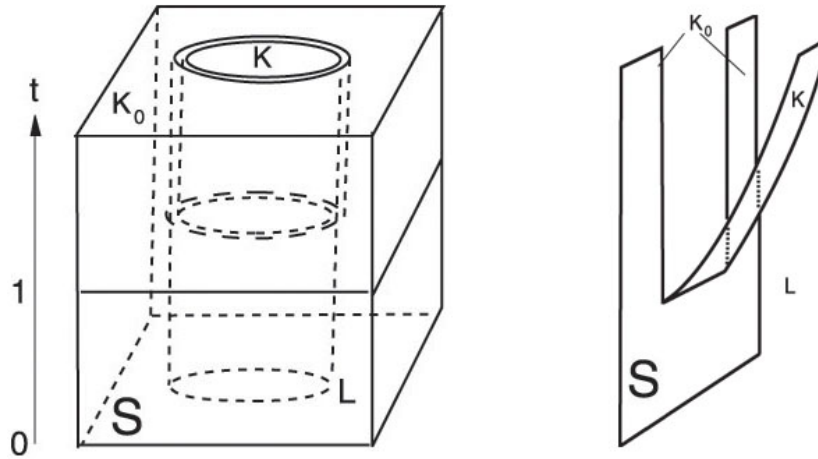


Рис. 5. Разрыв поверхности S на два куска K_0 и K по L . Слева 2-мерный случай, справа – 1-мерный.

процесс отрыва южного полушария с последующим затягиванием краев разрыва в точки: получаем две сферы. С точки зрения топологии процесс безупречен, но возникает проблема с определением метрики на стянутых краях (см. § 1.1).

Математически образование ручек в 3-мерном многообразии достаточно подробно описано в рамках дифференциальной топологии. Но эти описания плохо удовлетворяют потребностям практической геометрии и особенно потребностям тех, кто работает в области общей теории относительности, являющейся теорией пространства-времени. Необходимо иметь достаточно простую *конструкцию* образования ручки в 3-мерном пространстве как с точки зрения топологии, так и с точки зрения геометрии.

3. Отрыв области от риманова 3-пространства

Как показано в § 2, при решении задачи увеличения число компонент связности в 2-мерном случае можно избавиться от дополнительных функций s_t и использовать для задания желанной топологии, непосредственно метрику поверхности. Перенесем этот метод на 3-мерный случай. В результате мы по-новому опишем рождение 4-мерной кротовой норы, или 4-ручки, изображенное на рис. 2 (а).

Осуществим отрывание компактной области K с гладкой 2-мерной границей ∂K , находящейся в 3-мерном римановом пространстве M^3 .

Пусть $x_0 \in K$ – точка, лежащая внутри области K . Из нее выпустим непересекающиеся кривые λ_z , проходящие через каждую точку $z \in S$ трансверсально к ∂K .

На 3-многообразии M^3 зададим семейство римановых метрик $h_{\alpha\beta}(t)$, $t \in [0, 1]$, такое, что $h_{\alpha\beta}(t)$ при $0 \leq t < 1$ – C^1 -гладкое тензорное поле, а при $t = 1$ оно имеет разрывы производных первого рода на границе ∂K замкнутой области K вдоль кривых λ_z .

Вводим условие:

$$U : \text{пределы производной метрики по проходящей через точку } z \in S \\ \text{кривой } \lambda_z \text{ с двух сторон - «справа» } +0 \text{ и «слева» } -0 \text{ равны.}$$

Говорим, что точки $x, y \in M^3$ эквивалентны, т.е. $x \sim y$, если $x = y$ и выполнено условие U .

Для $t \in [0, 1)$ все компоненты метрики имеют гладкие производные, следовательно фактор-пространство $M_t = M^3 / \sim$ гомеоморфно пространству M^3 и состоит из одной компоненты связности. Но при $t = 1$ производные метрики имеют разные пределы «справа» и «слева» на кривой λ (на границе S), т.е. условие U не выполняется, и поэтому фактор-пространство $M_1^3 = M^3 / \sim$

имеет уже две компоненты связности. Иначе говоря, мы разорвали пространство на два «куска» K и $K_0 = M^3 \setminus \text{int}(K)$.

В данном параграфе мы реализовали ситуацию, изображенную на рис. 2 (а). Точки поверхности S при $t = 1$ раздваиваются на «северные» точки (пределы -0) и на «южные» точки (пределы $+0$). Рождаются два отдельных 3-мерных многообразий с краем.

Можно теперь отождествить все «северные» точки, и отдельно все «южные» точки, и получить два многообразия без края.

Как уже говорилось, процесс безупречен с точки зрения топологии, но возникает упомянутая выше проблема с определением метрики на стянутых краях.

Вполне понятно теперь, что описанный метод можно применить и для случая рождения 3-мерной кротовой норы.

4. Оценка затрат энергии на образование кротовой норы

Оценить энергию, необходимую для образования кротовой норы (ручки), можно с помощью одной из формул типа Гаусса-Бонне-Черна (см. [9]).

Примем, для простоты вычислений, что пространство-время является замкнутым ориентируемым многообразием $\langle M^4, g \rangle$ сигнатуры $\langle + - - - \rangle$.

Тогда имеет место формула (см. [9], (1.2)):

$$\int_{M^4} W_{iklm} W^{iklm} dv = 2 \int_{M^4} \left(R_j^i R_i^j - \frac{1}{3} R^2 \right) dv - 8\pi^2 \chi(M^4),$$

где W_{ijkl} – тензор Вейля,

$$\chi(M^4) = \sum_{k=0}^3 (-1)^k \beta_k(M^4)$$

– характеристика Эйлера-Пуанкаре многообразия M^4 , а $\beta_k(M^4)$ – k -мерное число Бетти.

Появление 4-мерной ручки, изображено на рис. 2 (а), 3-мерной – на рис. 2 (б). При этом многообразии M^4 превращается в многообразии \widetilde{M}^4 и меняются соответствующие числа Бетти. Иначе говоря

$$\delta\chi = \chi(\widetilde{M}^4) - \chi(M^4) \neq 0.$$

Можем написать, что

$$\begin{aligned} \int_{\widetilde{M}^4} \widetilde{W}_{iklm} \widetilde{W}^{iklm} dv - 2 \int_{\widetilde{M}^4} \left(\widetilde{R}_j^i \widetilde{R}_i^j - \frac{1}{3} \widetilde{R}^2 \right) dv - \\ - \int_{M^4} W_{iklm} W^{iklm} dv + 2 \int_{M^4} \left(R_j^i R_i^j - \frac{1}{3} R^2 \right) dv = 8\pi^2 \delta\chi. \end{aligned}$$

В случае, например комфорно плоских метрик, тензор Вейля обнуляется и

$$-2 \int_{\widetilde{M}^4} \left(\widetilde{R}_j^i \widetilde{R}_i^j - \frac{1}{3} \widetilde{R}^2 \right) dv + 2 \int_{M^4} \left(R_j^i R_i^j - \frac{1}{3} R^2 \right) dv = 8\pi^2 \delta\chi. \quad (3)$$

Поскольку тензор Риччи выражается с помощью уравнений Эйнштейна через тензор энергии-импульса

$$R_{ik} = \varkappa \left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T \right),$$

или для $T_{ik} = \varepsilon u_i u_k$, $g^{ik} u_i u_k = 1$,

$$R_{ik} = \varkappa \left(\varepsilon u_i u_k - \frac{1}{2} g_{ik} \varepsilon \right),$$

то формулу (3) можно символически записать как

$$\kappa^2 \int_{B^4} (\delta\varepsilon)^2 dv = 8\pi^2 \delta\chi,$$

где κ – некоторая физическая константа.

Следовательно, имеем для среднего значения скачка плотности энергии ε , влекущего образование кротовой норы:

$$\langle (\delta\varepsilon)^2 \rangle = \frac{8\pi^2}{\kappa^2 v(B^4)} \delta\chi.$$

Здесь B^4 – множество-носитель топологической, гладкой и метрической структур пространств-времен M^4 и \widetilde{M}^4 :

$$M^4 = \langle B^4, \mathcal{T}, \mathcal{G}, g \rangle, \quad \widetilde{M}^4 = \langle B^4, \widetilde{\mathcal{T}}, \widetilde{\mathcal{G}}, \widetilde{g} \rangle,$$

из которых мы в данной статье сконцентрировали внимание только на метаморфозе топологической структуры, предложив конструкцию возникновения кротовых нор.

Заключение

Нам удалось максимально просто описать процесс топологического образования кротовой норы, используя только термины, относящиеся к геометрии пространства. Предлагаемая конструкция, как мы отмечали, более доступна для восприятия физиками, чем конструкция, предложенная Коморовским [7].

Также, мы представили схему вычисления затрат энергии, требуемой для образования кротовой норы, которую, конечно, крайне сложно реализовать, но во всяком случае мы видим путь, идя по которому можно такие вычисления проводить.

Список литературы

1. Уилер Дж. *Гравитация, нейтрино и Вселенная*. М.: ИЛ, 1962.
2. Morris M.S., Thorne K.S., Yurtsever U. Wormholes. Time machines, and the Weak Energy Condition. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, vol. 61, no. 13, pp. 1446–1449.
3. Гуц А.К. Изменение топологии физического пространства в замкнутой вселенной. *Известия вузов. Физика*. 1982. № 5. С. 23–26.
4. Гуц А.К. Нарушение связности физического пространства *Известия вузов. Физика*. 1983. № 8. С. 3–6.
5. Гуц А.К. Машина времени, разрывы пространства и 4-мерные кротовые норы. *Вестник Красноярского государственного университета*. 2005. № 7. С. 138–142.
6. Гуц А.К. Модель образования ручки в 3-мерном римановом многообразии / Дни геометрии в Новосибирске: тез. докл. Междунар. конф. Новосибирск: Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, 2013. С. 36–37.
7. Komorowski J. A continuous change of topological type of riemannian manifolds and its connection with the evolution of harmonic forms and spin structures. *Global Anal. and Appl. Lect. Inst. Semin. Course Trieste*, 1972, vol. 2, pp. 329–353.
8. Гуц А.К. *Физика реальности*. Омск.: Изд-во КАН, 2012.
9. Гуц А.К. Формулы типа Гаусса-Бонне-Черна для псевдоримановых и римановых многообразий и формула Хирцебрух. *Математические структуры и моделирование*. 2009. Вып. 20. С. 12–26.
10. Гуц А.К., Подоксёнов М.Н. Процесс разрыва 2-мерной поверхности на два «куска» / Наука – образованию, производству, экономике: материалы 74-й Региональной научнопрактической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов. Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2022. С. 37.

References

1. Wheeler J.A. *Gravidynamics*. New York and London, Academic Press, 1962.
2. Morris M.S., Thorne K.S., Yurtsever U. Wormholes, Time machines and the Weak Energy Condition. *Phys.Rev.Lett.*, 1988, vol. 61, no. 13, pp. 1446–1449.
3. Guts A.K. Change in the topology of physical space in closed universe. *Soviet Physics J.*, 1982, vol. 25, no. 5, pp. 396–399.
4. Guts A.K. Breakdown of connectedness of physical space. *Sov. Phys. J.*, 1973, vol. 26, no. 8, pp. 675–678.
5. Guts A.K. Time machine, breakdown of space, and 4-dimensional wormholes. *Vestn. Krasnoyarskogo universiteta*, 2005, no. 7. pp. 138–142.
6. Guts A.K. A handle formation model in a 3-dimensional Riemannian manifold. *Geometry days in Novosibirsk: Abstracts of Inter. Conf.*, Inst. of Mathematics, Novosibirsk, 2013, pp. 36–37.
7. Komorowski J. A continuous change of topological type of Riemannian manifolds and its connection with the evolution of harmonic forms and spin structures. *Global Anal. and Appl. Lect. Inst. Semin.*, Course Trieste, 1972, vol. 2, pp. 329–353.
8. Guts A.K. *Physics of reality*. Omsk, KAN Publ., 2012. 424 p.
9. Guts A.K. The Gauss-Bonne-Chern type Formulas for semi-Riemannian and Riemannian manifolds and the formula of Hierzbruch. *Matem. strukturi i modelirovanie*, 2009, no. 20, pp. 12–26.
10. Guts A.K., Podoksenov M.N. The process of breaking a 2-dimensional surface into two "pieces". *Science to education, production, economy: Abstract of 74-th Region Conf.*, Vitebsk State university, Vitebsk, 2022, p. 37.

Авторы

Гуц Александр Константинович, д. ф.-м. н., профессор, Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, пр. Мира, 55-А, г. Омск, 644077, Россия.

E-mail: aguts@mail.ru

Подоксёнов Михаил Николаевич, к. ф.-м. н., доцент, Витебский государственный университет им. П. М. Машерова, пр. Московский, 33, г. Витебск, 210038, Беларусь.

E-mail: p._michael@mail.ru

Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Гуц А. К., Подоксёнов М. Н. Топологическое описание образования кротовых нор в общей теории относительности. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2022. № 41. С. 4–12.

Authors

Guts Alexander Konstantinovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Dostoevsky Omsk State University, pr. Mira, 55-A, Omsk, 644077, Russia.

E-mail: aguts@mail.ru

Podoksenov Michael Nikolaevich, Ph.D., Associate Professor, Masherov Vitebsk State University, pr. Moskovsky, 33, Vitebsk, 210038, Belarus'.

E-mail: p._michael@mail.ru

Please cite this article in English as:

Guts A. K., Podoksenov M. N. Topological description of the formation of wormholes in the general theory of relativity. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2022, no. 41, pp. 4–12.