

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов  
V Международной научной конференции,  
посвященной памяти Р.Л. Долганова

(Омск, 1 декабря 2017 г.)



2017

УДК 004+519+316  
ББК 22.18я43+32.973.26–018.1я43  
М340

*Рекомендовано к изданию  
редакционно-издательским советом ОмГУ*

*Рецензенты:*

канд. физ.-мат. наук, доцент *Н.Ф. Богаченко*,  
канд. техн. наук, доцент *Д.Н. Лавров*

Ответственный за выпуск

канд. физ.-мат. наук, доцент *И.П. Бесценный*

**М340 Математическое и компьютерное моделирование** : сборник материалов V Международной научной конференции, посвященной памяти Р.Л. Долганова (Омск, 1 декабря 2017 г.) / [отв. за вып. И. П. Бесценный]. – Омск : Изд-во Ом. гос. ун-та, 2017. – 186 с.

**ISBN 978-5-7779-2176-5**

Представлены тезисы докладов участников V Международной научной конференции «Математическое и компьютерное моделирование», состоявшейся на факультете компьютерных наук ОмГУ им. Ф.М. Достоевского 1 декабря 2017 г. при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-01-20513).

Для магистрантов, аспирантов и научных работников.

**УДК 004+519+316**

**ББК 22.18я43+32.973.26–018.1я43**

ISBN 978-5-7779-2176-5

© Оформление. ФГБОУ ВО «ОмГУ  
им. Ф.М. Достоевского», 2017

**А.К. Гуц, Д.Н. Лавров**

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,  
г. Омск, Россия*

## **Flood-АТАКИ НА КОМПЬЮТЕРНЫЕ СЕРВЕРЫ КАК КАТАСТРОФЫ ТИПА $A_8$**

В статье [1] авторы дали описание DDoS-атаки как катастрофы типа «сборка». Это описание не учитывало наличие семи уровней взаимодействия сетевых устройств в модели OSI и того, что пакеты-запросы, поступающие в составе трафика  $\tau$ , в своем формате отражают все семь уровней. Обозначим через  $x(t)$  число откликов на пакеты-запросы в момент времени  $t$ . Тогда

$$x(t+1) = x(t) + f[x(t)] + \tau, \quad (1)$$

где  $f[x(t)]$  – результат работы системы по обработке запросов на момент  $t$ .

В уравнении отражено требование, что больший трафик требует нарастания числа откликов на запросы. Примем для простоты, что  $f[x(t)] = kx(t)$ , где  $k$  – величина, определяющая производительность системы. Полагаем, что  $k = \{p - g[x(t)]\}$ , сводящееся к средней скорости обработки входящих пакетов  $p$  с учётом её падения или увеличения в зависимости от объёма занятых ресурсов. Поступающий запрос в процессе декапсуляции обрабатывается на всех уровнях модели OSI. Кроме того, атаки могут производиться одновременно на протоколы всех семи уровней. Учтём это, полагая, что  $g[x(t)] = x(t)^7$ . Значит,

$$x(t+1) = x(t) + [(p - p_0) - x^7(t)]x(t) + (\tau - \tau_0), \quad (2)$$

где  $\tau_0$  и  $p_0$  характерные для сервера величины трафика и производительности. Дискретному уравнению (2) отвечает уравнение

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x}V(x, p, \tau), \quad V(x, p, \tau) = \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{2}(p - p_0)x^2 - (\tau - \tau_0)x.$$

Это говорит о том, что число откликов при малых изменениях трафика и производительности может претерпевать катастрофические скачки, соответствующие структурно неустойчивой функции  $V(x, p, \tau)$ , описываемые катастрофой типа  $A_8$  в рамках математической теории катастроф.

### Литература

1. Гуц А.К., Лавров Д.Н. Описание DDoS-атаки с помощью катастрофы «сборка» // Математические структуры и моделирование. 2013. Вып. 27. С. 42–45.

УДК 519.214

*А.Г. Гринь*

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,  
г. Омск, Россия*

## ЦЕНТРАЛЬНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ СИММЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ОТ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Пусть при каждом определена симметрическая вещественнозначная функция, то есть  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n})$  для любых  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$  и для любой перестановки  $i_1, \dots, i_n$  множества  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Будем писать  $\overset{d}{\xi} \underset{d}{=} \overset{d}{\eta}$ ,  $\overset{d}{\xi}_n \rightarrow \overset{d}{\eta}$ ,  $\overset{d}{\xi}_n \underset{d}{\sim} \overset{d}{\eta}_n$  в случаях, когда, соответственно, распределения  $\xi$  и  $\eta$  совпадают,  $\overset{d}{\xi}_n$  сходится к  $\overset{d}{\eta}$  по распределению и когда последовательности  $\overset{d}{\xi}_n$  и  $\overset{d}{\eta}_n$  слабо эквивалентны (см., например, [1]).