Правительство Кировской области
ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет»
Федеральное агентство научных организаций
Центр по проблемам экологии и продуктивности лесов РАН
Научный совет РАН по лесу
ООО «Нолинская лесопромышленная компания»

СОХРАНЕНИЕ ЛЕСНЫХ ЭКОСИСТЕМ: ПРОБЛЕМЫ И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ

Материалы Всероссийской научно-практической конференции
15–19 мая 2017 г.

Киров
ООО «Издательство «Радуга–ПРЕСС»
2017

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАВНОВЕСНОЙ ДИНАМИКИ ЛЕСНЫХ ЭКОСИСТЕМ

Л. А. Володченкова, А. К. Гуц
Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, г.Омск
e-mail: volodchenkova2007@yandex.ru; guts@omsu.ru

Динамика лесных экосистем зависит от значений внешних факторов таких как мозаичность фитоценоза, межвидовая и внутривидовая конкуренция (k), антропогенной воздействие (a), влажность почвы (w) и тип почвообразующей породы (p). Естественно попытаться установить к чему могут привести контролируемые изменения указанных факторов. При конкретных значениях внешних факторов лесная экосистема находится в состояниях, которые в той или иной мере наблюдались специалистами и описаны в лесной науке. Желанными являются предсказания будущих состояний лесных экосистем, а еще более значимыми являются предсказания направлений развития лесных экосистем, которые определяюся взаимосвязанными изменениями указанных выше внешних управляющих факторов.

Процессы, протекающие в лесных экосистемах могут проявляться лишь через десятилетия (столетия). Поэтому прогнозирование направления развития экосистемы откладывается на многие годы, в течение которых экосистема может в случае, например, попадания значений внешних факторов в бифуркационную область, оказаться в состоянии лесной экологической катастрофы (Гуц, Володченкова, 2012).

Лесные эксперименты в отличе от экспериментов в физике имеют отложенный результат, поэтому на первое место выступают методы математического моделирования лесных экосистем, посредством которых можно проводить имитационное экспериментирование, прогнозируя возможные направления динамики лесных экосистем и их будущих состояний.

С этой целью в статье (Володченкова, Гуц, 2015) была предложена следующая модель четырехъярусной мозаичной лесной экосистемы, учитывающей взаимосвязь «растительность-почва», в виде системы дифференциальных уравнений для продукции фитомассы и меры плодородия почвы:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} & = -\dfrac{\partial}{\partial x} V(x,k,m,a,w), \\ \dfrac{dy}{dt} & = \gamma \cdot [(p-p_0)-y^2]y - \delta \cdot (W-w_-)(W-w_+), \end{cases} \qquad (1)$$

$$0 < w_- < w_0 < w_+,$$

$$V(x,k,m,a,w)=\frac{\alpha}{6}(x-x_0)^6+k(x-x_0)^4+m(x-x_0)^3+a(x-x_0)^2+w(x-x_0),$$

$$k=-c_k(CI-CI_0),\ m=c_m(\frac{s^2}{\mu}-1),$$

$$a=-c_a(УАН-УАН_0),\ w=A_w(W-w_0),$$

где x − продукция фитомассы (т/га за год), y − мера плодородия почвы, CI − индекс конкуренции Вайса; s^2/μ − коэффициент дисперсии, являющийся показателем равномерности распределения деревьев в пространстве; если s^2/μ близко к нулю, то распределение регулярное, к единице − случайное, а чем более единицы, тем мозаичнее; $УАН$ − уровень антропогенной нагрузки на район, p − мера типа почвообразующей породы, W − влажность почвы, W_- − значение влажности почвы, которое характеризует нехватку воды, и, соответственно, W_+ − ее избыток, γ,δ − положительные константы, коэффициент $\alpha=\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$, где α_j − доля фитомассы j-го яруса в фитомассе всего леса, c_k,c_m,c_a,c_w − постоянные коэффициенты.

Величины $CI_0,УАН_0,W_0$ − это критические значения факторов, обозначающие границы экологической устойчивости фитоценоза.

Первое уравнение системы (1) характеризует продуктивность фитоценоза четырехъярусного леса. Второе уравнение системы (1) − это уравнение, реализующее упрощенное представление о плодородии почвы и учитывающее только два фактора: тип почвообразующей породы и влажность почвы. Их изменение может привести к скачкообразному изменению плодородия почвы и это мы смоделировали, вводя в правую часть уравнения катастрофу типа «сборка». В точке (p_0,W_-) происходит катастрофа падения плодородия, связанная с нехваткой воды в почве, а в точке (p_0,W_+) − катастрофа падения плодородия при избытке влаги.

Будем искать значения управляющих внешних параметров в каждый момент времени существования, которые определяются текущими значениями продуктивности и меры плодородия почвы, подчиненные некоторым условиям. В теории управления для этого используется математическая теория дифференциальных игр. Рассматриваем игру с ненулевой суммой. Другими словами¸ мы рассматриваем динамику системы «растительность-почва» (1) как дифференциальную игру. Поскольку фактор W входит в (1) нелинейным образом, а это очень усложняет задачу решения дифференциальной игры, мы упростим систему (1).

Будем полагать, что недостаток влаги в наших краях явление крайне редкое, и поэтому можно считать, что w находится в окрестности параметра w_+. Словами вместо системы (2), будем изучать систему

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=-\alpha x^5-x^3k-x^2m-xa-w,\\ \dfrac{dy}{dt}=-\gamma y^3+\gamma yp-\delta\cdot(w+(w_0-w_-)),\end{cases}\qquad(2)$$

$$0 < w_- < w_0 < w_+, \; t \in [0, T].$$

Сделаем замену во втором уравнении $y = \bar{y} + c$, $c = const$ и подберем c так, чтобы слагаемое в правой части, в который не входят факторы p, w при $\bar{y} = 0$ обращалось в нуль.

Легко найти, что $c = -(\delta(w_0 - w_-)/\gamma)^{1/3}$. В результате такой замены, мы вместо системы (2) можем изучать, не ограничивая общности, систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\alpha x^5 - x^3 k - x^2 m - xa - w, \\ \dfrac{dy}{dt} = [-\gamma y^3 - 3\gamma c y^2 - 3\gamma c^2 y - \gamma c^3 - \delta(w_0 - w_-)] + \gamma(y + c)p - \delta w. \end{cases} \quad (3)$$

Будем считать, что у нас 5 игроков. Игрок 1 − это фактор $u_1 = k$ конкуренция деревьев, игрок 2 − это оконная динамика $u_2 = m$, определяющая мозаичность фитоценоза, игрок 3 − антропогенное вмешательства $u_3 = a$ в лесную экосистему (вырубка леса, пожары и т. д.), и, наконец, игрок 4 − влажность почвы $u_4 = w$, игрок 5 − мера типа почвообразующей породы $u_5 = p$

Выигрышные функции возьмем в виде:

$$J_i(z, u_1, \ldots, u_5) = \int_0^{+\infty} [Q_i(z) + (u^*{}_j)^2] dt, \quad (i = 1, \ldots, 5), \quad (4)$$

где

$$Q_1 = \alpha x^6 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x^8 + x^6 + x^4 + x^2\right), \; Q_2 = \alpha x^6 + \frac{1}{2}\left(x^8 + \frac{1}{2}x^6 + x^4 + x^2\right)$$

$$Q_3 = \alpha x^6 + \frac{1}{2}\left(x^8 + x^6 + \frac{1}{2}x^4 + x^2\right), \; Q_4 = \alpha x^6 + \frac{1}{2}\left(x^8 + x^6 + x^4 + \frac{1}{2}x^2\right),$$

$$Q_5 = \alpha x^6 + \frac{1}{2}\left(x^8 + x^6 + x^4 + x^2\right),$$

$$u^*{}_1 = k^* = \frac{1}{2}x^4, \quad u^*{}_2 = m^* = \frac{1}{2}x^3, \; u^*{}_3 = a^* = \frac{1}{2}x^2, \quad u^*{}_4 = w^* = \frac{1}{2}x, \quad u^*{}_5 = p^* = 0. \; (5)$$

Поэтому по теореме 10.4-2 из (Lewis, 2012) в данной ситуации мы находим, что динамика лесной экосистемы соответствует так называемому *равновесию Нэша:*

$$J_i(u_1^*, u_2^*, u_i^*, \ldots, u_N^*) \le J_i(u_1^*, u_2^*, \ldots, u_{i-1}^*, u_i, u_{i+1}^*, \ldots, u_N^*), \; \forall u_i, = 1, \ldots, 5, \; (6)$$

говорящем о том, что развитие лесной экосистемы идет таким образом, что если каждый игрок пытается в одностороннем порядке изменить свою стратегию управления, в то время как политика остальных игроков остаётся неизменной, то он имеет худший результат (больший проигрыш). Иначе говоря, изменения внешних факторов жестко скоррелированы. Посмотрим, в каком направлении при этом пойдет развитие лесной экосистемы.

Продуктивность x и мера плодородия почвы в случае равновесия Нэша (5) находятся посредством подстановки (5) в уравнения (3) и их интегрированием.

Иначе говоря, требуется решать следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{1}{2}x[x^6 + (1+2\alpha)x^4 + x^2 + 1], \\ \dfrac{dy}{dt} = -[\gamma y^3 + 3\gamma c y^2 + 3\gamma c^2 y + \gamma c^3 + \delta(w_0 - w\_)] - \delta x/2. \end{cases} \qquad (7)$$

Для $\alpha = 0{,}0007$, т. е. для леса с 70% массы в верхнем ярусе и по 10% в трех других, и для $\gamma = w_0 - w\_ = \delta = 1$, $c = -1$ решения системы (7), представленны на рис.1 и рис.2.

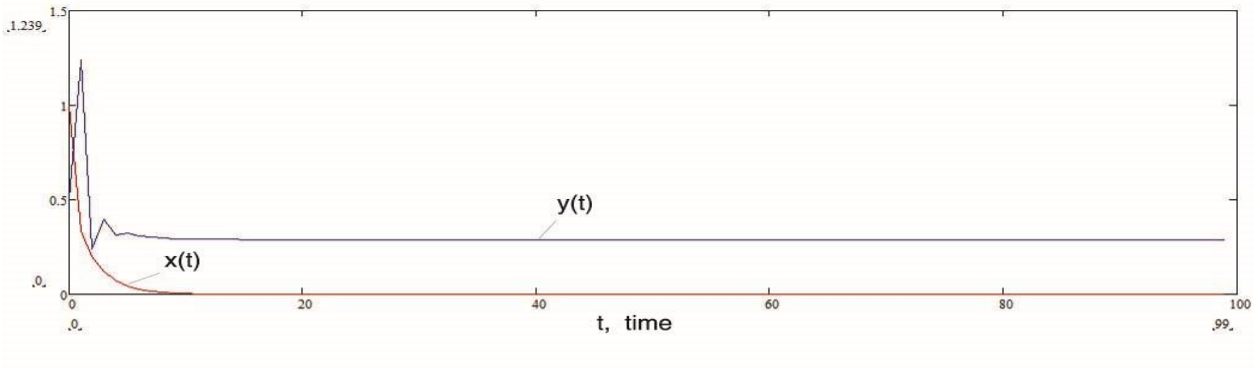

Рис. 1. Продуктивность леса (x(t)) и меры плодородия (y(t)) в условиях равновесия Нэша (5) с начальными данными $x(0) = 1$ и $y(0) = 0{,}5$ при $t \in [0,100]$

На рис. 1 мы видим, что с течением времени продуктивность фитоценоза постепенно асимтотически падает до нуля. Однако если учесть, что изучаемая система получена упрощением аналогичной системы посредством замены_$x \to x - x_{гр}$, то следует говорить об асимтотическом падении продукции фитоценоза постепенно до величины $x_{гр} > 0$. Здесь через $x_{гр}$ обозначена характерная наблюдаемая (измеряемая) для изучаемого типа леса продукция фитомассы в отсутствии сколь-либо серьёзных изменений внешних факторов. Фактически это «исходное значение» продукции фитомассы леса, наблюдаемое на протяжении ряда лет и принимаемое как точка отсчёта при прогнозировании будущих состояний экосистемы (Гуц, Володченкова, 2012, с.155).

Можно сказать, что лес выходит на финальную стадию. Фактически найденное равновесие Нэша похоже на то, что в лесоведении называется климаксом леса, т.е. на сравнительно зрелую, устойчивую, находящуюся в состоянии динамического равновесия с окружающей средой, «заключительную» стадию формирования фитоценоза, формирования лесной экосистемы. Однако для позиционного управления (5) мы не можем утверждать, что система (3) является асимтотически устойчивой (теорема

10,4–2, утверждение a (Lewis, 2012)). Иначе говоря, возмущения начальных условий могут резко изменить намеченную траекторию развития системы «растительность-почва», и это плохо соответствует понятию климаксного леса. Скорее всего следует говорить о медленно деградирующем лесе, поскольку для управления (5) все $u_i^* > 0$ для $x > 0$, т.е. имеет место превышение значений $CI_0, УАН_0, W_0$, задающих границы экологической устойчивочти фитоценоза.

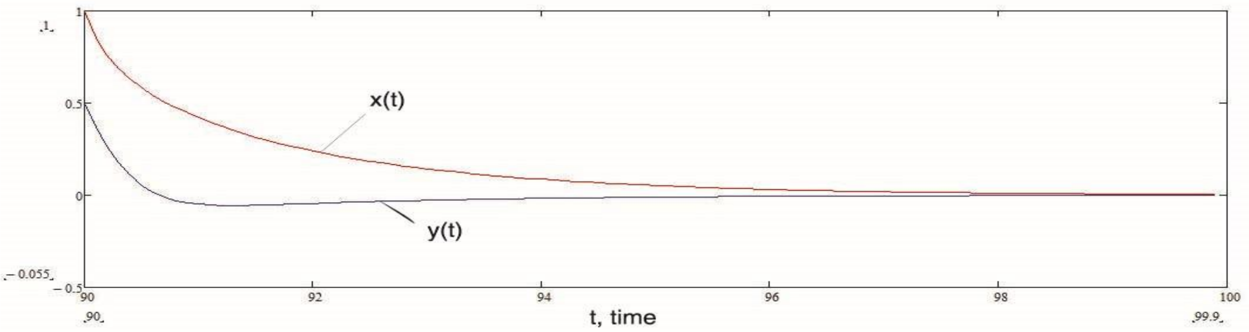

Рис. 2. Продуктивность леса (x(t)) и меры плодородия (y(t)) в условиях равновесия Нэша (5) с начальными данными $x(90) = 1$ и $y(90) = 0{,}5$ при $t \in [90{,}100]$

Таким образом, описали своеобразный, но возможный путь развития лесной экосистемы.

Библиографический список

Гуц А. К., Володченкова Л. А. Кибернетика катастроф лесных экосистем. Омск: Изд-во КАН, 2012. 220с.

Володченкова Л. А., Гуц А. К. Математическая модель взаимосвязи «растительность-почва» в лесных экосистемах // Математические структуры и моделирование. 2015. №3 (35). С.56-60.

Lewis F. L., Vrabie D. L., Syrmos V. L. Optimal control. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012. 540 p.

К ХАРАКТЕРИСТИКЕ СОСТОЯНИЯ ДРЕВОСТОЯ СТАРОВОЗРАСТНЫХ ОСИННИКОВ НА ТЕРРИТОРИИ ВОРОНЕЖСКОГО ЗАПОВЕДНИКА

Н.Л. Гончарова

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Воронежский государственный природный биосферный заповедник имени В. М. Пескова», г. Воронеж

e-mail: gonch79nat@mail.ru