общих космологических уравнений (без высших производных) с 4 неопределенными параметрами [1]. Показано, что космологические решения для ОИМ с предельной плотностью энергии в случае используемых ограничений на параметры устойчивы в асимптотике на стадии расширения подобно соответствующим фридмановским космологическим решениям в общей теории относительности. В случае наиболее общих ОИМ с 4 неопределенными параметрами найдены особые точки космологических решений в асимптотике, а также условия их устойчивости в зависимости от неопределенных параметров. Найденные условия устойчивости, в частности, имеют место в случае ограничений на неопределенные параметры, накладываемых при получении решений для ускоренно-расширяющейся Вселенной.

Литература

[1] Minkevich A.V., Garkun A.S., Kudin V.I., *On some physical aspects of isotropic cosmology in Riemann-Cartan spacetime*, JCAP, 03 (2013) 40 (Preprint Arxiv: 1302.2578 [gr-qc]).

[2] Minkevich A.V., *Limiting energy density and a regular accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime*, Письма в ЖЭТФ, **94**, No 12, 913-917 (2011); JETP Letters, **94**, No. 12, 831-836 (2011).

ОЦЕНКА ЭНЕРГИИ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ СВЕРТЫВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ В ПРУЖИНУ

А.К. Гуц[1]

Омск, ОмГУ им. Ф.М. Достоевского

[1]`E-mail: guts@omsu.ru`

Аннотация. *Светывая пространство-время в пружину (resilient leaf), можно сделать Прошлое лежащим на времениподобной кривой в близком будущем относительно 5-мерной метрики. Дается оценка энергии, которая требуется для совершения такого геометрического преобразования.*

Пространство-время будем представлять как слой слоения $\mathcal{F}$ коразмерности 1 пятимерного лоренцева многобразия M^5, называемого ниже Гиперпространством. Слоение $\mathcal{F}$ можно различным образом деформировать, т.е. преобразовывать и получать слоения $\mathcal{F}'$ с иными геометрическими свойствами по отношению к их расположению в объемлющем Гиперпространстве. Если после преобразования новое слоение $\mathcal{F}'$ будет обладать пружинными слоями (resilient leaves), то в этих слоях становится возможным путешествие в свое прошлое [1].

Каковы затраты энергии, требуемые для совершения таких действий?

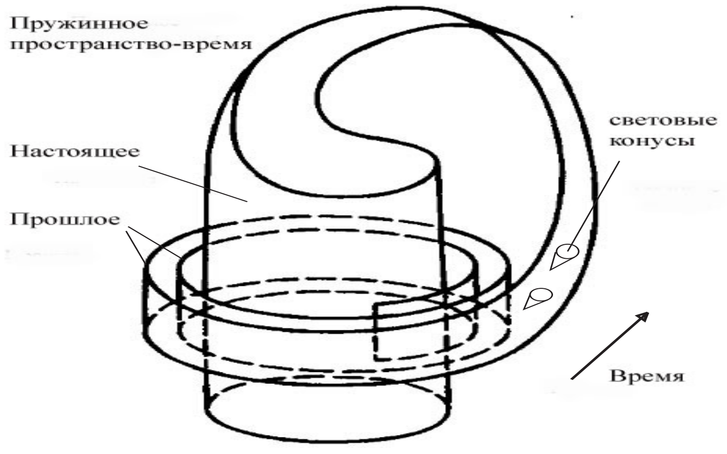

Рис.1. *Пространство-время, свернутое в пружину в объемлющем пятимерном Гиперпространстве.*

Пусть $< M^5, g^{(5)}_{AB} >$ – 5-мерное замкнутое риманово многообразие. Поскольку для замкнутого 5-мерного многобразия характеристика Эйлера-Пуанкаре $\chi(M^5) = 0$, то на M^5 существует единичное гладкое векторное поле ξ. Рассмотрим базис $e_0 = \xi, e_1, ..., e_4$ в M^5_x и двойственный к нему $\theta_0, ..., \theta_4$.

Тогда имеем форму кривизны

$$\Omega_{AB} = \frac{1}{2} R^{(5)}_{ABCD} \theta^C \wedge \theta^D.$$

Предположим, что многообразие является сасакиевым, т.е.

$$R^{(5)}(X,\xi)Y = g^{(5)}(X,Y)\xi - g^{(5)}(\xi,Y)X,$$

а поле ξ регулярное, т.е. все траектории поля ξ имеют общую длину $l(\xi)$.

Тогда справедлива формула[1] Гаусса-Бонне-Танно [2]

$$\frac{l}{4\pi^2 l(\xi)} \int\limits_{M^5} [\Omega_{12}\wedge\Omega_{34} + \Omega_{13}\wedge\Omega_{42} + \Omega_{14}\wedge\Omega_{23} +$$

$$+3\theta_1\wedge\theta_3\wedge\Omega_{24} + 3\theta_2\wedge\theta_4\wedge\Omega_{13} + 15\theta_1\wedge\theta_2\wedge\theta_3\wedge\theta_4 -$$
$$-\theta_1\wedge\theta_2\wedge\Omega_{12} + 2\theta_1\wedge\theta_3\wedge\Omega_{13} - \theta_1\wedge\theta_4\wedge\Omega_{14} -$$
$$-\theta_2\wedge\theta_3\wedge\Omega_{23} + 2\theta_2\wedge\theta_4\wedge\Omega_{24} -$$
$$-\theta_3\wedge\theta_4\wedge\Omega_{34}]\wedge\theta_0 = 3 - 2\beta_1(M^5) + \beta_2(M^5), \tag{1}$$

где $\beta_j(M^5)$ – j-мерное число Бетти.

Для того чтобы оценить энергию, которая необходима для свёртывания пространства-времени $< M^4, g >$ в пружинный слой в лоренцевом Гиперпространстве $< M^5, g^{(5)}_{AB} >$, мы перейдем к евклидовой 5-мерной метрике, совершая поворот Вика, меняющего время на мнимое время. Тогда Гиперпространство, которое, по-прежнему, обозначаем $< M^5, g^{(5)}_{AB} >$, становится римановым (евлидовым), и мы можем воспользоваться формулой (1) для оценки энергии.

Из уравнений гравитационного поля для 5-мерного лоренцева Гиперпространства, ставшего евклидовым,

$$R^{(5)}_{AB} - \frac{1}{2} g^{(5)}_{AB} R^{(5)} = \varkappa\, \varepsilon_{(5)} u_A u_B,$$

а также из структуры формулы для компонент тензора кривизны получаем, что

$$R^{(5)} \sim \varkappa\varepsilon_{(5)}, \quad R^{(5)}_{ABCD} \sim [\varkappa\varepsilon_{(5)}], \quad R^{(5)}_{AB} \sim [\varkappa\varepsilon_{(5)}].$$

Тогда из (1) имеем:

$$\frac{l}{4\pi^2 l(\xi)} [const\cdot(\varkappa\varepsilon_{(5)})^2 + const\cdot(\varkappa\varepsilon_{(5)}]v(M^5) \sim$$
$$\sim 3 - 2\beta_1(M^5) + \beta_2(M^5). \tag{2}$$

Рассматривая случаи $\delta[\varkappa\varepsilon_{(5)}] < 1$ и $\delta[\varkappa\varepsilon_{(5)}] > 1$, легко понять, что они сводятся к одному условию:

$$\frac{l}{4\pi^2 l(\xi)} [\varkappa\varepsilon_{(5)}]v(M^5) \sim 3 - 2\beta_1(M^5) + \beta_2(M^5). \tag{3}$$

При этом следует помнить, что свёртывание пространства-времени M^4, т.е. появление пружинного слоя, означает (неинтегрируемую) деформацию слоения в новое слоение, имеющего пружинный слой. Следовательно, после деформации в силу того, что возможно изменение геометрии, т.е. изменятся G_{AB} и ξ, их новые значения помечаем штрихом $'$. Тогда имеем вместо (2) следующую оценку:

$$\frac{l}{4\pi^2 l(\xi')} [\varkappa\varepsilon'_{(5)}]v'(M^5) \sim -2\beta'_1(M^5) + \beta'_2(M^5). \tag{4}$$

Поэтому из (3), (4) получаем оценку для скачка энергии $\delta[\varepsilon_{(5)}] = \varepsilon'_{(5)} - \varepsilon'_{(5)}$:

$$\delta[\varepsilon_{(5)}] \sim \frac{4\pi^2}{\varkappa} \left[\frac{l(\xi')}{v'(M^5)} [-2\beta'_1(M^5) + \beta'_2(M^5)] - \right.$$
$$\left. - \frac{l(\xi)}{v(M^5)} [-2\beta_1(M^5) + \beta_2(M^5)] \right]. \tag{5}$$

[1]В статье [3] дается аналогичная формула, но без требования сасакиевости геометрии многообразия.

Деформация не меняет топологию и гладкую структуру. Поэтому числа Бетти не меняются, т.е. $\beta'_A(M^5) = \beta_A(M^5)$; меняется метрика и объём.

Но если изначально $\beta_2(M^5) = 0$, например $\beta_2(S^5) = 0$, то любая деформация слоения без пружинных слоёв не даст слоение с пружинными слоями. Поэтому следует предположить, что за счёт скачка энергии происходит переход к новой топологии, к новой гладкости в M^5 с $\beta_2(M^5) \neq 0$. Другими словами, имеем переход

$$< M^5, \mathcal{T}, F, \beta_2(M^5) = 0 > \to < (M')^5, \mathcal{T}', F', \beta_2((M')^5 \neq 0 >,$$

где штрих $'$ говорит о новой топологии $\mathcal{T}'$ и новой гладкости F' на M^5 (как на множестве, т.е. на носителе топологии и гладкости), дающий возможность появиться пружинному слоению. При этом Гиперпространство $< (M')^5, \mathcal{T}', F' >$ приобретает необходимые нам 3- и 4-мерные дыры.

Таким образом, локальное силовое (энергетическое) действие способно изменить размещение пространства-времени в Гиперпространстве.

Литература

[1] А.К. Гуц, *Элементы теории времени*, М., УРСС, (2012).

[2] S. Tanno, *A formula on some odd-dimensional Riemannian manifolds related to the Gauss-Bonnet formula* J. Math. Soc. Japan, **24**, 204 (1972).

[3] A. Reventos, *On the Gauss-Bonnet formula on the odd-dimensional manifolds*, Tohoku Math. J., **31**, 165 (1979).