Фундаментальная и прикладная
*математика,*Омск, ОмГУ.–1994, с. 57 – 66.

УДК 530.12:531.51

ТЕОРИЯ МАШИНЫ ВРЕМЕНИ

А.К.Гуц

В этой статье обсуждаются принципы построения и работы Машины времени. Основой является современная многомерная теория искривленных псевдоримановых пространств.

1. Временные петли

Общая теория относительности предоставляет нам возможность для реализации идеи Машины времени. Она связана с чисто механическим перемещением тела в пространстве-времени по временной петле, т.е. гладкой времениподобной замкнутой мировой линии. Для этого необходимо рассмотреть решение уравнений Эйнштейна, допускающее такие линии. Естественно, такое решение должно удовлетворять всем условиям, предъявляемым к моделям, претендующим на описание реального, окружающего нас пространства-времени.

Временная петля может лежать либо в области с евклидовой топологией, либо в области с неевклидовой топологией, точнее, в области с вклеенной 4-мерной ручкой, по которой проходит рассматриваемая временная петля. Таким образом, для того, чтобы осуществить возможность запуска Машины времени необходимо, чтобы рассматриваемая пространственно-временная модель допускала временные петли.

Хотелось бы, чтобы движение по временной петле можно было совершить в том месте и в тот момент времени, которые были бы нам удобны, а не только тогда, когда это позволяет данная модель. Такое желание вполне осуществимо в однородных моделях, которые, как известно, являются существенной идеализацией окружающего нас мира.

Однако если мы желаем, чтобы временные петли появлялись за счет неевклидовой топологии в малых областях пространства-времени, то это означает, что пространство-время должно быть неоднородным. Получается, что неоднородность мешает нашему желанию запускать машину времени там, где хочется и когда хочется.

Остается в таком случае отказаться от (искусственного) изменения топологии и надеяться на однородные модели с евклидовой топологией. Но при этом, как показано в [1, 2], реализация движений по временным петлям наталкивается на большие практические затруднения. Основная трудность, пожалуй, заключается в том, что для посещения Прошлого приходится облететь полвселенной.

Итак, желанный для нас проект путешествий в Прошлое никак не согласуется с тем, что может предложить нам общая теория относительности в ее классическом варианте, когда приходится действовать в рамках конкретной фиксированной выбранной модели пространства-времени.

Выход из такой ситуации состоит в отказе от рассмотрения только одной модели пространства-времени V^4. Каждый полет в Прошлое требует *своей модели*.

Иначе говоря, мы должны иметь в виду бесконечное число моделей пространства-времени, т.е. семейство моделей $< V^4_\alpha, g_\alpha >$, где g_α – лоренцева метрика на многообразии V^4_α, а $\alpha \in A$ – индекс, пробегающий некоторое множество A.

Но каждая модель $< V^4_\alpha, g_\alpha >$ описывает окружающую нас Вселенную, и значит все модели должны совпадать, если мы пренебрегаем ”мелкими” топологическими и геометрическими деталями. По сути дела, это означает, что есть одна *фоновая* модель $< W^4, g >$ Вселенной, а конкретная модель $< V^4_\alpha, g_\alpha >$, используемая нами для описания (по существу, уже топологического) перемещения по временной петле, лежащей в области с вклеенной 4-мерной ручкой, должна отличаться от $< W^4, g >$ только в той части, где у V^4_α имеется 4-ручка, которой нет у W^4. Иначе говоря, V^4_α – это многообразие W^4 , в которое вклеена 4-мерная ручка. В обозначениях Хирша [5] следует положить, что $V^4_\alpha = W^4[f]$, где $f : S^0 \times D^3 \to W^4$ вложение, с помощью которого осуществляется приклеивание к W^4 4-мерной ручки $[f]$.

Процедура приклеивания 4-ручки является, по сути дела, вмешательством человека в структуру Вселенной. Вмешательством локальным, мало на что влияющим, но все же вмешательством. Следовательно, хорошая теория должна предусматривать это. Пространство-время общей теории относительности *абсолютно*, не допускает изменений, и поэтому плохо подходит для описаний *свободных* Путешествий во времени. Необходима более богатая теория.

2. Переход к 5 - мерной теории

Итак, для описания Вселенной в целом нам дана модель $< W^4, g >$. Наша потребность в осуществлении путешествия в Прошлое означает, что мы переходим к модели $< W^4[f], \widehat{g} >$, где $\widehat{g}$ получено из g изменением ее в области U, окружающей 4-мерную ручку $[f]$. На языке физики речь идет об изменении гравитационного поля в "малой" области U. Но вряд ли стоит предполагать, что переход от модели $< W^4, g >$ к модели $< W^4[f], \widehat{g} >$ осуществляется скачком. Это затруднило бы поиск теории, описывающей такие переходы; более полезно было бы стоять на классической точке зрения о предпочтительности непрерывных переходов, поскольку с этим связывалось бы представление о том, что переход осуществляется за счет искусственного "выращивания" 4-мерной ручки в собственном времени по *собственной воле* с одновременным постепенным продвижением по ней до момента слияния "выращиваемого" 4-мерного отростка с W^4 в требуемом месте и моменте времени уже в пространстве-времени W^4. Динамика "выращивания" 4-ручки в рамках 4-мерной теории исследована в [3, 4].

Путешественник продвигается по временной петле L (в собственном времени). Кривая L – это мировая линия Машины времени. Нужен закон, определяющий выбор допустимых кривых L. Такой закон невозможно найти, если оставаться только в четырех измерениях. Следовательно, надо перейти к многомерным теориям. Например, можно натянуть 5-мерную пленку V^5 (если это возможно) на $< W^4, g >$ и $< W^4[f], \widehat{g} >$ так, что краями многообразия V^5 становятся W^4 и $W^4[f]$, и ввести лоренцеву метрику G на V^5 так, что G на W^4 совпадают с g, а на $W^4[f]$ с $\widehat{g}$. При этом следует трактовать L как временную кривую в метрике G. (Вполне возможно, что L является геодезической в метрике G).

Пятое измерение при этом ни есть время. Это измерение, отвечающее *свободной воле* человека в отношении к смене модели, описавающей Вселенную. Недостатком такого подхода является то, что пространство-время "лежит" на краю 5-мерного многообразия.

Но возможен иной, более упрошенный подход. Можно не концентрировать внимание на построении 4-мерной ручки, считая, что она окружает кривую L от точки выхода L из W^4 в 5-ое измерениие до точки входа L вновь в W^4. То есть мы отождествляем W^4 и $W^4[f]$ и не рассматриваем подробно процесс вытягивания из W^4 пространственно-временного отростка, содержащего Машину времени, до нового его слияния с W^4. Построение 4-мерной ручки сводится к проблеме построения кривой L в рамках 5-мерной теории.

Такой подход, в какой-то мере, отвечает идее незначительности влияния человека на геометрию пространства-времени в целом, но позволяет, как будет видно ниже, решить ряд вопросов с возможными поведениями кривой L; с глубиной проникновения в Прошлое или Будущее. То есть решить те вопросы, которые обойдены молчанием в [3, 4].

Отметим, что все сказанное выше наилучшим образом складывается в единую картину в рамках 6-мерной теории, но математические трудности, связанные с теорией слоений, заставляют довольствоваться пока 5-мерной теорией.

3. Пружинное пространство-время

Пусть $< W^4, g >$ подпространство 5-мерного лоренцева многообразия $< V^5, G >$ и $g = G\mid_{W^4}$. Естественно считать, что кривая L имеет началом a и концом b – точки, лежащие в W^4, и что двигаясь вдоль L мы попадаем из a в b, причем b лежит в Прошлом (относительно g) точки a. Более того, хотелось, чтобы "длина кривой" L, измеряемой в единицах собственного времени Путешественника, была бы очень небольшой. Примем, что L времениподобная кривая относительно G. Нам надо найти геометрическую конструкцию, когда описанное выше возможно. При этом топология V^5, в общем-то, нам неизвестна, а топологию W^4 примем эквивалентной евклидовой, т.е. топологии R^4.

Предположим, что $W^4 \subset V^5$ является слоем ориентированного слоения $\mathcal{F}$ коразмерности 1 многообразия V^5 [7]. Для наших целей было бы важно, чтобы слой W^5 вел себя следующим образом. Пусть $U_a \subset V^5$ окрестность точки a. Тогда компонента связности $(W^4 \cap U_a)_a$ множества $W^4 \cap U_a$ в точке a – это события близкие к a в пространстве-времени W^4. Это как бы события Настоящего события a с точностью до некоторого пренебрежимого отрезка времени. Если $D \subset W^4$ – множество событий отдаленного Прошлого события a, то предположим, что $D \subset U_a \cap W^4, D \cap (W^4 \cap U_a)_a = \emptyset$; причем, существует временная кривая L (относительно метрики G) с началом a и концом $b \in D$. Такая ситуация является как раз желанной для наших целей.

Но возможно ли такое поведение слоев слоения? Возможно. Это так называемые пружинные слои [6, 7].

Слоение $\mathcal{F}$ коразмерности 1 задается дифференциальной 1-формой γ, которая в локальных координатах $x^A(A = 0,1,2,3,5)$ имеет вид $\gamma = \gamma_A dx^A$. Форма γ должна удовлетворять условию интегрируемости Фробениуса $\gamma \wedge d\gamma = 0$. Это означает, что существует 1-форма α (определенная с точностью до кратного γ) такая, что $d\gamma = \alpha \wedge \gamma$. Класс когомологий 3-формы $\alpha \wedge d\alpha$ называется классом Годбийона-Вея слоения $\mathcal{F}$ и обозначается $GV(\mathcal{F})$.

Если $GV(\mathcal{F}) \neq 0$, то слоение $\mathcal{F}$ имеет пружинные слои [6, с. 169], которые бесконечно наматываются сами на себя. Другими словами, в пространстве-времени W^4 существуют события, принадлежащие Настоящему, сколь угодно близко (в топологии многообразия V^5) от которых в 5-мерном мире V^5 лежат события из W^4 сколь угодно далекого Прошлого (или Будущего). Движение вдоль пятой координаты (в направлении, задаваемом вектором γ^A, дуальным к 1-форме γ) приводит к бесконечному "протыканию" физического пространства-времени в точках Прошлого или Будущего. Прошлое находится буквально рядом, его не надо долго искать в недрах 5-мерного мира. Метрическая степень близости Прошлого характеризуется вектором γ^A и связана она со скалярным и электромагнитным полями, если исходить из варианта 5-мерной теории электрогравитации, изложенного в [8].

Заметим также, что если имеем, например, трансверсально аффинное слоение, определяемое 1-формой γ такой, что $d\gamma = \alpha \wedge \gamma$ и $d\alpha = 0$, то $GV(\mathcal{F}) = 0$, но тем не менее, слоение может иметь много пружинных слоев [6, с. 171].

Второй вопрос – это проблема задания лоренцевой метрики G на V^5 так, чтобы $G\,|_{W^4} = g$ была также лоренцевой. Решается она следующим образом.

Если есть 1-форма γ, то локально в координатах x^A $(A = 0,1,2,3,5)$ на V^5 можно задать лоренцеву метрику $\overset{\circ}{G}$ вида (см. [8, с. 39], где вместо γ написано $\overset{\circ}{\lambda}$):

$$\overset{\circ}{G}_{AB} = -\gamma_A \gamma_B + \overset{\circ}{g}_{AB},$$

$$\overset{\circ}{g}_{5A} = 0,$$

где $\overset{\circ}{g}_{AB}$ – метрический тензор пространства-времени W^4.

В 5-мерной теории электрогравитации со скалярным полем [8] более предпочтительней рассматривать конформную метрику G:

$$G_{AB} = \phi^{-2} \overset{\circ}{G}_{AB}, \qquad g_{AB} = \phi^{-2} \overset{\circ}{g}_{AB}, \qquad \phi = \gamma_5, \tag{1}$$

$$G_{AB} = -\lambda_A \lambda_B + g_{AB},$$

$$\lambda = \phi^{-1}\gamma,$$

$$(d \overset{\circ}{I})^2 = \overset{\circ}{G}_{AB}\, dx^A dx^B = \phi^2 G_{AB} dx^A dx^B = \phi^2 dI^2$$

с дополнительным условием цилиндричности, означающим что G_{AB} не зависят от x^5, а также с требованием, что $G_{55} = -1$. При этом ϕ является скалярным полем, а 5-мерные "уравнения Эйнштейна" сводятся к 4-мерным уравнениям Эйнштейна, "уравнениям Максвелла" и уравнению Клейна-Фока для поля ϕ [8, с.71]:

$$R^{(4)}_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R^{(4)} - \Lambda \phi g_{ik} = -\frac{2G}{c^4}(F_{im} F^{\cdot k}_{m\cdot} - \frac{1}{4} g_{ik} F_{mn} F^{mn}) +$$

$$+ \frac{3}{\phi}(\nabla_i \nabla_k \phi - g_{ik} g^{mn} \nabla_m \phi \nabla_n \phi) - \frac{6}{\phi^2} \phi_{,i} \phi_{,k} + \kappa Q_{ik}, \tag{2}$$

$$-\nabla_m F^{mk} - 3F^{mk} \frac{\phi_{,m}}{\phi} = \frac{c^2 \kappa}{\sqrt{G}} \phi^3 Q^k_A \lambda^A,$$

$$g^{mn} \nabla_m \nabla_n \phi - \frac{1}{6} R^{(4)} \phi + \frac{1}{3} \Lambda \phi^3 - \frac{G\phi}{2c^4} F_{mn} F^{mn} = -\frac{\kappa}{3} \phi^3 Q_{AB} \lambda^A \lambda^B$$

где $\kappa = 8\pi G/c^4$. Поиск пружинного пространства-времени сводится к вычислению когомологического класса $GV(\mathcal{F})$, определяемого, в общем-то, 1-формой λ, непосредственно связанной с полем ϕ и 4-потенциалом λ_i (см.[7, с.48]) электромагнитного поля F_{ik}.

В случае 6-мерной теории электро-грави-слабых взаимодействий [8] с метрикой $G_{AB} = g_{AB} - \lambda_A \lambda_B - \sigma_A \sigma_B$ $(A, B = \overline{1,6})$, сказанное выше, видимо, имеет аналог, и наличие пружинного пространства-времени можно исследовать с помощью 1-форм λ и σ [7], связанных с нейтральными векторными полями [8].

Отметим, что именно то, что метрика G имеет сигнатуру $< + - -...- >$ пряпятствует проникновению в "ближайшее" Прошлое, поскольку при этом 5-мерные световые конусы не могут быстро наклоняться из-за их непрерывной зависимости от координат вершины, и, напротив, такое препятствие отсутствует при выборе сигнатуры $< + - -... - + >$. Но, как известно [8, с.44], последнее дает неправильный знак в уравнениях (2) перед тензором электромагнитного поля.

4. Расчет времени по путешествию в Прошлое

Как соотносятся затраты времени на путешествие в Прошлое по часам W^4 и по собственным часам путешественника?

Определим дифференциал собственного времени вдоль времениподобной кривой L как

$$d\tau = \frac{dI}{c}, \qquad dI^2 = G_{AB}dx^A dx^B,$$

где координаты $x^A (A = 0, 1, 2, 3, 5)$ – заданы в области $U_a \subset V^5$. Предположим, что Путешественник в Прошлое движется по L в U_a так, что он покоится в $W^4 \cap U_a$, т.е. $x^1, x^2, x^3 = const$. Имеем

$$dI^2 = ds^2 - d\lambda^2, \qquad ds^2 = c^2dt^2 - dl^2,$$

где

$$dt^2 = \frac{g_{0i}dx^i}{c\sqrt{g_{00}}}, \qquad dl^2 = \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha}g_{0\beta}}{g_{00}}\right) dx^\alpha dx^\beta \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3)$$

– хронометрически инвариантные соответственно время и длина в пространстве-времени W^4. Тогда

$$d\tau = \sqrt{1 - \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2}\frac{ds}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2}\sqrt{1 - \left(\frac{dl}{cdt}\right)^2}dt = \sqrt{1 - \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2}dt, \tag{3}$$

так как $dl = 0$. Однако в [8, с.51] показано, что

$$\frac{d\lambda}{ds} = -\frac{e}{2m\sqrt{G}}, \tag{4}$$

где e – электрический заряд, а m – масса Машины времени.

Условие того, что вектор ξ является касательным к W^4 имеет вид $d\lambda(\xi) = \lambda_A\xi^A = 0$. Значит движение трансверсальное к W^4 по кривой $L : x^A = x^A(s)$ характеризуется неравенством

$$d\lambda(\frac{dx^A}{ds}) = \lambda_A\frac{dx^A}{ds} = \frac{d\lambda}{ds} \neq 0. \tag{5}$$

Сравнивая (4) и (5) отмечаем, что для трансверсального движения, т.е. движения в 5-ом измерении необходимо, чтобы тело имело электрический заряд. Следовательно, для запуска Машины времени ей необходимо придать электрический заряд. При этом в 5-мерной теории вполне допустимо, чтобы в таком случае Машина времени, как заряженное пробное тело, двигалась по геодезической в $< V^5, G >$ (см.[8, с.43,51]). Значит 5-мерные уравнения (временных) геодезических определяют законы перемещения Машины времени в V^5.

Формула (3) показывает, что для того, чтобы время τ не было мнимым необходимо, чтобы выполнялось условие $(d\lambda/ds)^2 \leq 1$, т.е. $e/2m\sqrt{G} \leq 1$. Этому ограничению, например, не удовлетворет электрон. Таким образом, исходная масса Машины времени и исходный заряд не могут быть произвольными.

В [8, с.78] показано, что

$$\left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2 = \frac{W_0}{\phi^2 + W_0} = \frac{e^2}{4Gm^2}. \tag{6}$$

Поэтому имеем для глубины проникновения в 5-ое измерение при $dl = 0$:

$$d\lambda = c\sqrt{\frac{W_0}{\phi^2 + W_0}}dt = c\frac{e}{2m\sqrt{G}}dt.$$

Следовательно, рост скалярного поля ϕ, массы Машины Времени, уменьшение ее электрического заряда, по отдельности, влекут уменьшение глубины проникновения в 5-ое измерение, и тем самым способствуют попаданию на ту часть пружинного W^4, которая является все более отдаленным Прошлым или Будущим. Одновременно с уменьшением величины (6) собственное время Путешественника в Прошлое $d\tau$, как видно из (3), стремится снизу к времени dt, фиксируемому в W^4.

5. Поиск источника энергии для Машины времени

Затраты энергии, необходимые для образования 4-ручки и, следовательно, для начала движения Машины времени по кривой L от точки a к точке b, были оценены в [3, 4]. Такая 4-ручка образуется при "отрыве" от 3-пространства шара (содержащего Машину времени) радиуса l за счет изменения топологии 3-пространства. Именно изменение топологии позволяет "уйти" из пространства-времени W^4 в точке a в 5-ое измерение вглубь V^5 для того, чтобы вновь"войти" в W^4 в точке b.

Для поиска источника энергии, за счет которого работает Машина времени, воспользуемся 5-мерной теорией электрогравитации, основанной на метрике (1) и уравнениях (2). Из 00–уравнения (2) вытекает, что

$$R^{(3)} + K_2 = \frac{4G}{c^4}\varepsilon_F(t) + 2\varepsilon_\phi(t) + \frac{16\pi G}{c^4}\varepsilon_Q(t). \tag{7}$$

где $R^{(3)}$–скалярная, а K_2–внешняя (относительно W^4) кривизны 3–пространства, $\varepsilon_F(t), \varepsilon_\phi(t), \varepsilon_Q(t)$ – плотности энергии соответственно электромагнитного поля, скалярного поля и остальной материи. Следовательно, средний скачок кривизны $< \delta R^{(3)} >\sim 2$, обуславливающий изменение топологии 3-пространства [3, 4], происходит вследствие скачков плотностей энергии электромагнитного поля, скалярного поля и остальной материи по отдельности или всех вместе. Из (7) видно, что средние скачки электромагнитного поля и остальной материи должны быть огромными [3, 4]

$$< \delta\varepsilon_F >\sim \frac{c^4}{G}\frac{1}{l^2}, \qquad < \delta\varepsilon_Q >\sim \frac{c^4}{4\pi G}\frac{1}{l^2},$$

тогда как $< \delta\varepsilon_\phi >\sim 1$. Отсюда и из предыдущего параграфа следует, что при перемещении Машины времени глубина проникновения в Прошлое, а также темп течения собственного времени Путешественника слабо зависят от поля ϕ. Отсутствие поля ϕ характеризуется равенством $\phi = 1$. Таким образом, сравнимые с самим полем ϕ скачкообразные колебания поля могут вести к изменениям топологии 3-пространства и к переброске материи во времени.

6. Заключение

Изложенная выше теория Машины времени основывается на предположении об абсолютном характере 4-мерного физического пространства-времени W^4. Мы понимаем под этим следующее. Все, что существовало, существует и будет существовать во Вселенной представляет собой Мир событий, называемый пространством-временем, который являет собой единое Нечто, находящееся в неизменном и вечном материальном бытие. Ничто не исчезает, все зафиксировано. Прошлое и Будущее столь же реальны, как и Настоящее! В Будущее можно попасть по ходу естественного течения времени, с которым математически связана лоренцева метрика g. Проникновению в Прошлое по ходу естественного течения времени мешает то, что метрика g, как правило, не допускает временных петель в "малых" областях. Во всяком случае, таковыми оказываются метрики, найденные при решении самых различных значимых для исследователей задач. Такова изначальная *причинная структура* Мира событий. Такова природа вещей. Но коль скоро абсолютный характер Мира позволяет считать, что Прошлое столь же реально, как Настоящее, то его можно достичь помимо естественого потока времени. Как это сделать? Например, так, как описано в этой статье. При этом использовалось другое допущение. Оно касалось гипотезы существования пружинных слоев. Но можно надеяться, что очень скоро будут найдены соответствующие решения уравнений (2).

Литература

1. Гуц А.К. *О времениподобных замкнутых гладких кривых в общей теории относительности* // Известия вузов. Физика. 1973. N.9. С. 33 – 36.

2. Pfarr J. *Time travel in Gödel's space* // Gen.Relat.and Grav. 1981. V.13, N.11. P.1073–1091.

3. Гуц А.К. *Изменение топологии физического пространства в замкнутой вселенной* // Известия вузов. Физика. 1982. N.5. С. 23 – 26.

4. Гуц А.К.*Нарушение связности физического пространства* // Известия вузов. Физика. 1983. N.8. С. 3–6.

5. Хирш М. *Дифференциальная топология.* – М.: Мир, 1979.

6. Семинар Н.Бурбаки за 1989 г. – М.: Мир, 1991.

7. Фоменко А.Т., Фукс Д.Б. *Курс гомотопической топологии.* – М.: Наука, 1989.

8. Владимиров Ю.С. *Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий.* – М.: МГУ, 1987.