СКАЧКИ РАЗМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВА И ВРЕМЕНИ

А.К. Гуц

Омский государственный университет, Омск, Россия, 644077

E-mail: aguts@mail.ru

Произведем оценку энергии, необходимой для того, чтобы изменить размерность пространства-времени.

Из уравнений поля

$$R_{ik}^{(2k)} - \frac{1}{2} g_{ik}^{(2k)} R^{(2k)} = \kappa \varepsilon_{(2k)} u_i u_k$$

для $2k$-мерного псевдориманова пространства, т.е. для $2k$-мерного пространства-времени $< M^{2k}, g^{(2k)} >$, и из структуры формулы, определяющей компоненты тензора кривизны, получаем, что

$$R^{(2k)} \sim \kappa \varepsilon_{(2k)},\ R_{ik}^{(2k)} \sim \kappa \varepsilon_{(2k)},\ R_{iklm}^{(2k)} \sim \kappa \varepsilon_{(2k)},\ R_{iklm}^{(2k)} R_{abcd}^{(2k)} \sim [\kappa \varepsilon_{(2k)}]^2, ...$$

Поэтому имеем для формы Пфаффа:

$$Pf_k(\Omega) = \frac{(-1)^k}{2^k (2\pi)^k k!} \varepsilon^{i_1 i_2 ... i_{2k}} \Omega i_1 i_2 \wedge ... \wedge \Omega i_{2k-1} i_{2k} \sim (\kappa \varepsilon_{(2k)})^{2k-1} d(vol).$$

Следовательно, формула Гаусса-Бонне-Черна для (компактного без края) многообразия M^{2k}

$$\int\limits_{M^{2k}} Pf_k(\Omega) = \chi(M^{2k}).$$

позволяет сделать следующую оценку для среднего значения плотности энергии $2k$-мерной реальности:

$$(\kappa \langle \varepsilon_{(2k)} \rangle)^{2k-1} vol(M^{2k}) \sim \chi(M^{2k}).$$

Предположим, что базовым является 4-мерное пространство-время M^4, для которого $k = 2$, и объем $vol(M^4) \sim l^4$. Предположим также, что Реальность такова, что размерность пространства-времени как модели Реальности «колеблется спонтанно» около размерности базового пространства-времени, т.е. следует наравне с M^4 рассматривать модели M^{2k}. При этом примем, что дополнительные размерности характеризуются величиной λ, малой по сравнению с числом l, т.е. $l/\lambda > 1$, и совершенно не важно идет ли речь о пространственном дополнительном измерении или о временном.

Таким образом, при $k \geq 2$ имеем $vol(M^{2k}) \sim l^4 \lambda^{2k-4} = l^{2k} (\lambda / l)^{2k-4}$, и поэтому

$$\langle \varepsilon_{(2k)} \rangle \sim \frac{1}{\kappa \lambda} \left(\frac{\chi(M^{2k}) \lambda^3}{l^4} \right)^{1/(2k-1)}.$$

Следовательно, так как очевидно $[\chi(M^{2k}) \lambda^3]/l^4 < 1$, то

$$\langle \varepsilon_{(4)} \rangle \leq \langle \varepsilon_{(6)} \rangle \leq ... \leq \langle \varepsilon_{(2k)} \rangle \leq ...$$

Таким образом, мы видим, что переход к более мерному пространству-времени требует «затрат» энергии, а уменьшение размерности означат «сброс» энергии. При этом 4-мерная Реальность, которую мы назвали базовой, является основным энергетическим уровнем с минимальной средней энергией.