11. Misner C.W. Relativistic equations for adiabatic, spherically symmetric gravitational collapse / C.W. Misner, D.H.Sharp // Phys. Rev.B. – 1964. – V.136. – P.571.

THE VACUUM-LIKE CONFIGURATION IN GENERAL RELATIVITY AS A MANIFESTATION OF THE LORENTZ-INVARIANT MODE OF FIVE-DIMENSIONAL GRAVITY

V.D.Gladush

The Lorentz-invariant cosmological model is constructed within the framework of a five-dimensional gravity. The five-dimensional analog of the generalized Birkhoff's theorem is proved, that corresponds to the Kaluza's ``cylinder condition''. The integral of motion of the five-dimensional vacuum Einstein equations is the similar to the mass function in general relativity. A closure of the space with respect to the extra dimensionality follows from the requirement of the absence of conical singularity. Thus, the model of the Kaluza-Klein is realized dynamically, as a Lorentz-invariant mode of five-dimensional general relativity. After dimensional reduction the model is reduced to the general relativity configuration. It contains the scalar field with vanishing conformally invariant energy-momentum tensor on the flat space-time background. This zero mode one can treat as the vacuum configuration in general relativity. As a result the vacuum-like configuration in general relativity can be considered as a manifestation of the Lorentz-invariant empty five-dimensional space.

СТО

1905 *2005*

УДК 530.12: 531.51

МАШИНА ВРЕМЕНИ, РАЗРЫВЫ ПРОСТРАНСТВА И 4-МЕРНЫЕ КРОТОВЫЕ НОРЫ

А.К.Гуц, Е.В.Палешева*

В работе рассматривается модель машины времени, реализуемая в пространстве с 4-мерной кротовой норой. Данная модель исследовалась как с топологической, так и с физической точки зрения.

В последние десятилетия возрос интерес к моделям пространства-времени, допускающим гладкие времениподобные замкнутые кривые. Такие кривые, как известно, были найдены и, что особо важно, проинтерпретированы знаменитым австрийским логиком Куртом Гёделем как машина времени. Известно, что Эйнштейн крайне скептически отнесся к открытию Гёделя, к которому относился с большой симпатией и был одним из тех, кто способствовал получению Гёделем американского гражданства. В конце XX века отношение к решениям с временными петлями переменилось, и они являются объектом пристального внимания со стороны многих специалистов в области общей теории относительности.

Впервые полученные решения уравнений Эйнштейна с временными петлями были пространства гёделевского типа, т.е. решения, описывающие вращающуюся вселенную. В дальнейшем Кип Торн предложил свою модель машины времени. Появление времениподобной гладкой замкнутой кривой в пространстве-времени с 3-мерной кротовой норой, по предположениям Торна, осуществлялось за счет механического движения одного из концов кротовой норы. Это неверное утверждение, и ошибка Кипа Торна подробно обсуждается в работах [1-4].

Отметим, что ранее была предложена другая модель машины времени: пространство-время с 4-мерной кротовой норой [1,2,5,6]. В этой работе мы рассмотрим ряд вопросов, связанных с образованием в пространстве-времени 4-мерной ручки.

1. Машина времени в пространстве с 4-мерной кротовой норой

Если в пространстве-времени не существует или не доступна естественная (природная) машина времени, то придется создавать её искусственный аналог для путешествия в некоторую историческую эпоху. В качестве одного из способов можно рассмотреть образование 4-мерной кротовой норы, начало которой находится в настоящем, а конец – либо в историческом прошлом, либо в историческом будущем. Следует заметить, что пространство-время с 4-мерной ручкой уже не является односвязным, оставаясь связным. Поэтому существуют пространственно-подобные несвязные гиперповерхности. При этом процесс рождения 4-мерной ручки можно рассматривать как отрыв от 3-мерного пространства некоторой области. Другими словами, образование 4-мерной кротовой норы означает нарушение связности пространственно-подобной гиперповерхности. Геометрически этот процесс может быть реализован стягиванием в точку границы отрываемой 3-мерной области D_0. В дальнейшем мы приклеим область D_0 в необходимую точку пространства-времени. Математически процедура склеивания двух несвязанных областей 3-мерного пространства представляется более сложным процессом, чем разрыв связной области на несвязные компоненты. Это вызвано тем, что при разрыве на две компоненты процесс стягивания границ в точку можно обратить, так как эта точка служит в действительности некоторой двумерной областью нулевой площади, полученной в результате непрерывной деформации. При склеивании двух несвязных компонент мы сначала выберем по точке в каждой области, а потом отождествим их. После этого точка, соединяющая склеенные части 3-мерной гиперповерхности, остается истинной точкой, в отличие от предыдущего случая. И мы не сможем также просто растянуть точку в двумерную область. Пока оставим эту проблему и остановимся на процедуре разрыва гиперповерхности.

Пусть пространственно-подобная гиперповерхность есть замкнутое ориентируемое риманово многообразие M_0, допускающее регулярное единичное векторное киллингово поле ξ, с метрическим тензором

$$\gamma_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} - \frac{g_{0\alpha} g_{0\beta}}{g_{00}}.$$

Рассмотрим семейство $\gamma_{\alpha\beta}(t)$, $t \in [0,1]$ такое, что:

1) $\gamma_{\alpha\beta}(t)$ при $0 \le t < 1/2$ непрерывны вместе со своими производными до второго порядка включительно;
2) $\gamma_{\alpha\beta}(t)$ при $t \ge 1/2$ имеют разрывы производных первого рода на границе замкнутой области D_0;
3) площадь σ_t границы ∂D_0, вычисленная в метрике $\gamma_{\alpha\beta}(t)$, стремится к нулю при $t \to (1/2 - 0)$ и равна нулю при $t \ge 1/2$;
4) пространства $\left\langle M_0, \gamma_{\alpha\beta}(0) \right\rangle$, $\left\langle (M_0 \setminus D_0) \cup \left\{\alpha^*\right\}, \gamma_{\alpha\beta}(t) \right\rangle$ и $\left\langle D_0 \cup \left\{\alpha^*\right\}, \gamma_{\alpha\beta}(t) \right\rangle$, $t \ge 1/2$, являются гладкими замкнутыми связными римановыми многообразиями класса C^2 (здесь α^* – точка, полученная стягиванием границы ∂D_0);
5) $\gamma_{\alpha\beta}(t) = \gamma_{\alpha\beta}(0)$ вне ε-окрестности области D_0;
6) при любом $t > 1/2$ пространства $\left\langle M_0, \gamma_{\alpha\beta}(t) \right\rangle$ - пространства неотрицательной кривизны;
7) для всех $t \in [0,1]$ пространство $\left\langle M_0, \gamma_{\alpha\beta}(t) \right\rangle$ допускает регулярное единичное киллингово векторное поле ξ_t.

Представленное семейство многообразий $\left\langle M_0, \gamma_{\alpha\beta}(t) \right\rangle$ при изменении параметра t в интервале $[0,1]$ реализует разрыв пространственно-подобной гиперповерхности на две несвязных компоненты $\left\langle (M_0 \setminus D_0) \cup \left\{\alpha^*\right\}, \gamma_{\alpha\beta}(t) \right\rangle$ и $\left\langle D_0 \cup \left\{\alpha^*\right\}, \gamma_{\alpha\beta}(t) \right\rangle$. При этом значение $t = 1/2$ соответствует случаю, когда граница области D_0 уже стянута в точку α^*, а при $t > 1/2$ пространство M_0 уже разорвано на две области. Условие 7) необходимо для того, чтобы воспользоваться формулой, позволяющей сопоставить такое свойство риманова многообразия, как связность со скалярной кривизной рассматриваемого 3-мерного пространства [1-3]. Последнее, в свою очередь, позволяет произвести оценку усредненного скачка плотности энергии $\left\langle \delta\varepsilon \right\rangle$ в окрестностях горловин кротовой норы. В [1-3] соответствующая оценка была получена при условии непрерывности внешней кривизны пространственно-подобной гиперповерхности $K_{\alpha\beta}$: величина $\left\langle \delta\varepsilon \right\rangle$ обратно пропорциональна площади характерного сечения σ отрываемой области D_0. Для уменьшения скачка плотности энергии необходимо отказаться от непрерывного изменения внешней кривизны $K_{\alpha\beta}$ 3-мерного пространства в процессе нарушения его связности [9]. Отметим, что тензор $K_{\alpha\beta}$ задается соотношением [7-9]

$$K_{\alpha\beta} = -e_\beta \nabla_\alpha n,$$

в котором базисные вектора e_β на гиперповерхности M_0 мы выбрали совпадающими с соответствующими базисными векторами в пространстве-времени, а временную координату зададим таким образом, чтобы вектор нормали n совпадал с e_0. Такая система координат в 4-мерном пространстве-времени будет синхронной, а система координат на гиперповерхности – гауссовой нормальной (если мы дополнительно будем полагать $g_{00}=1$). В этом случае (см. [7-9])

$$K_{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\frac{\partial\gamma_{\alpha\beta}}{\partial n}=\frac{1}{2}\frac{\partial\gamma_{\alpha\beta}}{\partial x^0}=-\frac{1}{2}\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^0}.$$

Поэтому разрыв первого рода компонент тензора внешней кривизны $K_{\alpha\beta}$ непременно означает, что производная по нормали от метрического тензора (производная по времени) имеет разрыв первого рода при $t\geq 1/2$.

Итак, с помощью соотношения

$$\frac{16\pi G}{c^4}\left\langle\delta\varepsilon\right\rangle=\left\langle\delta R^{(3)}\right\rangle+\left\langle\delta\left(K^2-K_{\alpha\beta}K^{\alpha\beta}\right)\right\rangle,$$

где $K=K_\mu{}^\mu$, было получено, что несмотря на обратную пропорциональность первого слагаемого в данном выражении площади характерного сечения σ второе слагаемое может не только полностью компенсировать усредненный скачок $\left\langle\delta R^{(3)}\right\rangle$, но и изменить знак величины $\left\langle\delta\varepsilon\right\rangle$. При этом необходимо, чтобы

$$\left\langle\delta\left(K^2-K_{\alpha\beta}K^{\alpha\beta}\right)\right\rangle\sim\frac{1}{\sigma}$$

или, что равносильно,

$$\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^0}\sim\frac{1}{\sqrt{\sigma}}.$$

Далее, так как знак скаляра $\left\langle\delta\varepsilon\right\rangle$ определяет выделение энергии или затраты, то возможность таким образом влиять на плотность энергии в окрестности горловины кротовой норы означает, что мы можем необходимость в энергетических затратах при образовании кротовой норы перевести в выделение энергии. Тогда сразу же исчезает проблема больших энергий, необходимых для работы машины времени в 4-мерной кротовой норе [9].

Отметим также, что внешняя кривизна имеет значение не только в момент разрыва двух областей пространственно-подобной гиперповерхности, но и при стягивании границы области D_0 в точку. Вообще говоря, данный факт достаточно тривиален. Внешняя кривизна, по своей сути, определяет характер вложения гиперповерхности в объемлющее пространство. Поэтому стягивание границы отрываемой области в точку α^*, несомненно влекущее непрерывную деформацию гиперповерхности, соответствует изменению внешней кривизны пространства M_0.

2. Нарушения связности отрезка

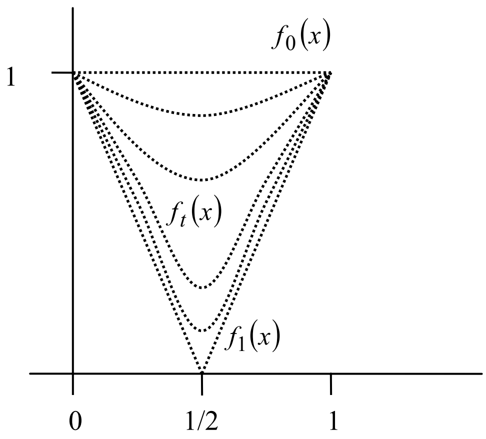
До сих пор основные результаты о нарушении связности пространственно-подобной гиперповерхности касались физической стороны вопроса. Давайте посмотрим на это явление с топологической точки зрения. Например, как реализовать разрыв некоторой области на две идентичные с точки зрения топологии. Для начала разорвем отрезок $[0,1]$ на два: $[0,1/2]$ и $[1/2,1]$ – при этом единственная на отрезке $[0,1]$ точка ½ раздваивается.

На отрезке $[0,1]$ определим параметрическое семейство функций $f_t(x)$, $t\in[0,1]$, такое, что для любого $x\in[0,1]$ $f_0(x)=1$,

$$f_1(x)=2\left|x-\frac{1}{2}\right|,$$

а при $t\in(0,1)$ семейство функций представляет собой непрерывную деформацию функции $f_0(x)$ в функцию $f_1(x)$, причем все остальные $f_t(x)$ имеют вид цепной линии и непрерывны вместе с первыми производными. Единственной функцией, производная которой имеет разрыв первого в точке $x = 1/2$, является $f_1(x)$. Более того, для любого t

$$f_t(0) = f_t(1) = 1 .$$



Рассмотрим топологическое подпространство $\Gamma_t = \{(x, f_t(x), f_t(x \pm 0))\}$ с индуцированной топологией трехмерного арифметического пространства R^3, где $f_t(x \pm 0) = \lim\limits_{z \to x \pm 0} f_t(z)$. Две точки (a, b, α) и (c, d, β) пространства Γ_t назовем эквивалентными тогда и только тогда, когда:

1) $a = c$;
2) $b = d$;
3) $\lim\limits_{x \to a-0} f_t'(x) = \lim\limits_{x \to c+0} f_t'(x)$.

Профакторизуем пространство Γ_t по введенному отношению эквивалентности $\sim$. Получаем фактор-пространство $\Gamma_t/\sim$. Нетрудно увидеть, что это фактор-пространство при $t < 1$ гомеоморфно отрезку [0,1], а при $t = 1$ - несвязному пространству $[0,1] \cup [2,3]$. Удобно последнее несвязное пространство обозначить как $\Gamma_1 / \sim = \left[0, \left\{\frac{1}{2}\right\}_-\right] \bigcup \left[\left\{\frac{1}{2}\right\}_+, 1\right]$.

Итак, мы определили семейство топологических пространств $\{\Gamma_t / \sim, T_t\}$, где T_t - рассмотренная фактор-топология на $\Gamma_t/\sim$. При этом, если $t \neq 1$, то $\Gamma_t \approx [0,1]$, а $\Gamma_1 / \sim = \left[0, \left\{\frac{1}{2}\right\}_-\right] \bigcup \left[\left\{\frac{1}{2}\right\}_+, 1\right]$ и справедливы соотношения $\left[0, \left\{\frac{1}{2}\right\}_-\right] \approx [0,1]$ и $\left[\left\{\frac{1}{2}\right\}_+, 1\right] \approx [0,1]$.

Таким образом, мы рассмотрели разрыв отрезка на два с топологической точки зрения.

3. Нарушение связности для сферы S^2 и S^3

Разрыв сферы S^2 проведем по аналогии с представленными выше результатами. Введем отображение $\mu(\theta) : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [0,1]$. Далее, на сфере зададим семейство функций $\tilde{f}_t(\varphi, \theta)$ (здесь $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$) такое, что

1) $\tilde{f}_t(\varphi, \theta) = \tilde{f}_t(\theta)$;
2) $\tilde{f}_t(\theta) = f_t(x), x = \mu(\theta)$, где $f_t(x)$ определена в предыдущем параграфе.

Рассмотрим множество пар $\Gamma_t = \{((\varphi, \theta), \tilde{f}_t(\theta), [d\tilde{f}_t / d\theta](\theta \pm 0)\}$. Тогда точки A и B множества Γ_t, такие что $A = ((a, b), \alpha, u)$ и $B = ((c, d), \beta, v)$, назовем эквивалентными тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия:

1) $a = c$, $b = d$;
2) $\alpha = \beta$;

3) $\lim\limits_{\theta \to b-0} \dfrac{d\widetilde{f}_t(\theta)}{d\,\theta} = \lim\limits_{\theta \to d+0} \dfrac{d\widetilde{f}_t(\theta)}{d\,\theta}$.

Таким образом, мы определили семейства топологических пространств $\{\Gamma_t / \sim, T_t\}$.

Нетрудно понять, что при $t \neq 1$ $\{\Gamma_t / \sim, T_t\} \approx S^2$, а при $t = 1$ $\{\Gamma_t / \sim, T_t\} = S^2 \cup S^2$, т.е. две сферы. Аналогично осуществляется разрыв трехмерной сферы S^3.

Разрыв пространства в данной статье мы осуществили за счет анализа семейства изменяющихся топологий на ***одном и том же множестве*** M_0. Можно построить вложение рассматриваемого множества в объемлющее 4-мерное пространство в виде семейства римановых 3-пространств, реализующих привычную картину разрыва M_0 на два несвязных куска. Фактически эта картина присутствовала в воображении читателя, а ее строгая математическая формализация не является сложной задачей.

Изменение связности 3-мерного пространства (разрыв 3-пространства), образование 4-мерной кротовой норы (4-ручки) позволяют решать не только задачи по созданию машины времени, но также задачи сверхбыстрых по часам Земли сверхдальних космических перелетов [10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуц А.К. Элементы теории времени / А.К.Гуц. - Омск: Наследие. Диалог-Сибирь, 2004.
2. Guts A.K. Time machine as four-dimensional wormhole / A.K.Guts // Preprint gr-qc/9612064. - 1996.
3. Konstantinov M.Ju. The Principle of Self-Consistency as a consequence of the Principle of Minimal Action / M.Ju.Konstantinov // Preprint gr-qc/9510039. - 1995.
4. Константинов М.Ю. О кинематических свойствах топологически нетривиальных моделей пространства-времени / М.Ю.Константинов // Известия вузов. - Физика. - 1992. - №12. - С.84-88.
5. Гуц А.К. Изменение топологии физического пространства в замкнутой вселенной / А. К.Гуц // Известия вузов. Физика. - 1982. - № 5. - С.23-26.
6. Гуц А.К. Нарушение связности физического пространства / А.К.Гуц // Известия вузов. Физика. - 1983. - № 8. - С.3-6.
7. Гуц А.К. Элементы теории времени / А.К.Гуц. - Омск: Наследие. Диалог-Сибирь, 2004.
8. Guts A.K. Time machine as four-dimensional wormhole / A.K.Guts // Preprint gr-qc/9612064. - 1996.
9. Konstantinov M.Ju. The Principle of Self-Consistency as a consequence of the Principle of Minimal Action / M.Ju.Konstantinov // Preprint gr-qc/9510039. - 1995.
10. Константинов М.Ю. О кинематических свойствах топологически нетривиальных моделей пространства-времени / М.Ю.Константинов // Известия вузов. - Физика. - 1992. - №12. - С.84-88.
11. Мизнер Ч. Гравитация / Ч.Мизнер, К.Торн, Дж.Уиллер. - М.: Мир, 1997. –Т. 2.
12. Лайтман А. Сборник задач по теории относительности и гравитации / А.Лайтман, В.Пресс, Р.Прайс, С.Тюкольски. - М.: Мир, 1979.
13. Палешева Е.В. Внешняя кривизна 3-мерного пространства и энергетические затраты, необходимые для образования 4-мерной кротовой норы / Е.В.Палешева // Математические структуры и моделирование. - 2005. - Вып. 15. - С.89-96.
14. Гуц А.К. Космический корабль, разрушающий пространство? / А.К.Гуц // Техника молодежи. - 1983. - №11. - С.14-16.

THE TIME MACHINE, DISCONTONUITIES OF SPACE AND FOUR-DIMENSIONAL WORMHOLES

A.K.Guts, E.V.Palesheva

In article the model of the time machine, realizable in space with four-dimensional wormhole is considered. The given model was investigated both with topological, and from the physical point of view.