

*Математические
структуры и моделирование*
2002, вып. 9, с. 1–11

УДК
519.6:611.716.4:616.716.4-
089.28-053:612.015

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В СТОМАТОЛОГИИ (ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ)

**В.М. Семенюк, И.Н. Путалова, А.В. Артюхов,
А.В. Сырцова, А.К. Гуц**

The world scientific press has paid more attention to publications on studies based on FEAM. This article is devoted to medical articles published by researchers from Russia, Japan, USA and other countries, who use FEAM in dentistry. FEAM applications are not exhausted. Compilers of the abstract consider that it is interesting and necessary to apply modern methods of mathematical analysis in their own scientific studies.

Самым современным методом при биомеханических исследованиях признано математическое моделирование [1,2,4,5,8]. В настоящее время большую область применения имеет метод конечных элементов (МКЭ). Наиболее важными преимуществами МКЭ, благодаря которым он широко используется, являются следующие:

1. Свойства материалов смежных элементов не должны быть обязательно одинаковыми. Это позволяет применять метод к телам, составленным из нескольких материалов.
2. Криволинейная область может быть аппроксимирована с помощью прямолинейных элементов или точно описана с помощью криволинейных элементов. Таким образом, методом можно пользоваться не только для областей с «хорошой» формой границы.
3. Размеры элементов могут быть переменными. Это позволяет укрупнить или измельчить сеть разбиения области на элементы, если в этом есть необходимость.
4. С помощью МКЭ не представляет труда рассмотрение граничных условий с разрывной поверхностной нагрузкой, а также смешанных граничных условий.

Все эти преимущества могут быть применены для точного описания биомеханических процессов живых систем, в частности зубочелюстного аппарата человека. В последнее десятилетие в мировой научной прессе все чаще встречаются публикации об исследованиях, проведенных с помощью МКЭ. Медицинские издания наиболее развитых в научно-техническом плане государств

© 2002 В.М. Семенюк, И.Н. Путалова, А.В. Артюхов,
А.В. Сырцова, А.К. Гуц

E-mail: guts@univer.omsk.su

Омская государственная медицинская академия, Омский государственный университет

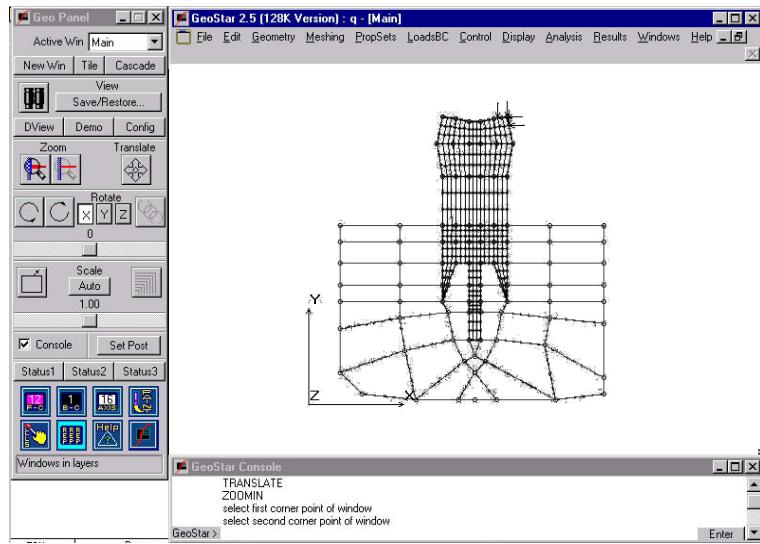


Рис. 1. Окно ППП COSMOS/M 2.5

(Япония, США, Германия и др.) не являются исключением. Большой интерес к МКЭ проявляют и врачи [2,3,5,6,8–17,19–24], производящие изыскания в области материаловедения, имплантологии, экспериментальной и практической стоматологии.

Особенно перспективным является использование компьютерного моделирования, позволяющего проводить вычислительные эксперименты на основе МКЭ, проверяя различные предположения о характере поведения зубов, имплантантов, штифтовых и других искусственных конструкций до того, как они могут быть применены при лечении больных [3,6,7,8,9 и др.].

Одной из новейших компьютерных программ на основе метода конечных элементов является пакет прикладных программ (ППП) COSMOS/M (Structural Research and Analysis Co., Santa Monica, USA.) и COSMOS Work. Пакет программ COSMOS/M позволяет автоматически осуществить расчет напряжений и деформаций любой модели, построенной пользователем. Для выполнения этих расчетов в базу данных программы необходимо ввести свойства материалов, из которых составлен моделируемый объект (это модуль Юнга, плотность материала и коэффициент Пуассона). Метрическими единицами пакета COSMOS/M являются фунты (lb) и дюймы (in). Модуль эластичности (модуль Юнга) и напряжение выражаются в lb/in², плотность в lb*s²/in⁴, силы в lb. В пакете COSMOS Work используется система СИ.

Пользователь с помощью команд меню и «мыши» задает геометрию исследуемого объекта, т.е. определяется плоскость, на которой строятся точки, линии и поверхности, задаются граничные условия. После того, как закончено построение модели, ППП COSMOS/M, используя введенные данные, обеспечивает построение системы уравнений (на основе МКЭ) и ее решение, т.е. вычисляются вектор узловых значений деформации и напряжения и визуализация результатов.

При решении любой задачи можно выделить несколько этапов:

1. Задание имени базы данных для рассматриваемой задачи. База состоит из набора файлов и располагается в той же директории, откуда был вызван GEOSTAR.
2. Задается плоскость, на которую будут наноситься точки, линии и т.д., задается рабочая сетка на плоскости (размер шага сетки, смещение, цвет).
3. Задание группы элементов, свойств материалов моделируемого объекта и констант.
4. С помощью команд меню GEOMETRY на плоскости строятся точки, линии и поверхности.
5. Активизируются требуемая группа элементов, свойства материалов и наборы действительных констант.
6. Создается узловое соединение, состоящее, например, для плоских задач из PLANE2D – двумерных плоских элементов.
7. С помощью команд меню MESHING производится объединение полученных узловых соединений.
8. Ограничиваются степени свободы моделируемого объекта.
9. Прикладываются силы (нагрузки).
10. Выполняется требуемый анализ выбором соответствующей команды.
11. Проверка и исследование результатов.

Одними из первых работ в России, насколько это известно авторам данного обзора, по применению МКЭ с использованием пакета COSMOS/M в стоматологии являются исследования по надежности штифтовых конструкций, опубликованные в [2,3,8,9,10,17].

В статье [2] было доказано, что разрушенные корни фронтальных зубов ниже уровня десны на 1/4 длины корня могут быть использованы в клинической стоматологии. Рекомендуемые штифтовые конструкции были усовершенствованы за счет особого «воротничка», что повысило их надежность [3].

В работе [17] описываются эксперименты с моделью штифтовой конструкции для фронтальных зубов с диаметром штифта, равным 2 мм. Такой штифт требует расширения канала зуба, и это наводит на мысль, что такая штифтовая конструкция будет способствовать ослаблению прочностных характеристик зуба. Это должно повлечь его разрушение. Насколько справедливо эти предположение, и проверялось в ходе проделанных исследований.

В статье [18] «проведено компьютерное исследование 99 типов математических моделей зубов, армированных широко распространенными в стоматологической практике культивыми штифтовыми вкладками (анкерные штифты – первая серия эксперимента и литые культивые штифтовые вкладки, предложенные авторами, – вторая серия). Модели зубов различались формой, размерами и свойствами конструкционного материала. Доказано, что форма и параметры культивой штифтовой вкладки важнее свойств конструкционного материала. Установлено, что выбор штифтовой конструкции зависит от клинической ситуации, анатомо-топографических особенностей разрушения коронки зуба и патологии зубочелюстно-лицевой системы».

Анализ «возможности повышения эффективности ортопедического лечения путем использования внутрикостных имплантатов известных и перспективных

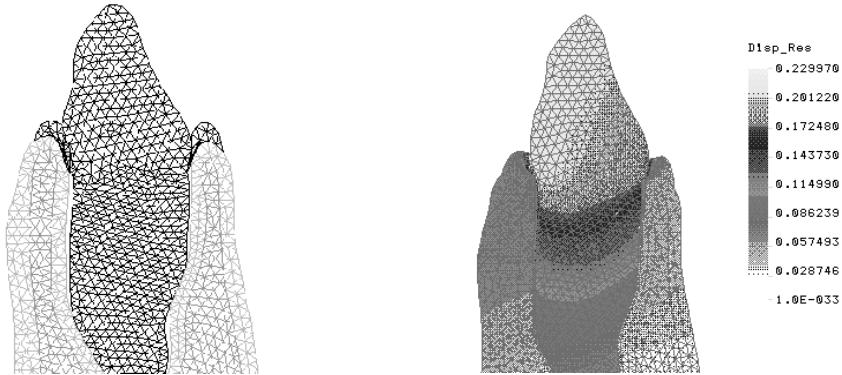


Рис. 2. Плоская конечно элементной модели зубочелюстного сегмента (деформированное состояние при действии горизонтальной силы) [13]

Рис. 3. Поле суммарных перемещений при действии вертикальной силы [13]

конструкций» приводится в статье [19]. «Излагается методика математического моделирования процессов взаимодействия имплантантов с костной тканью. Предлагаются численная модель и прикладная программа, разработанная на базе метода конечных элементов, позволяющие проанализировать напряженно-деформированное состояние кости и определить предельно допустимые нагрузки на имплантант. Показано, что наиболее нагруженной зоной является слой компактной кости, непосредственно примыкающий к имплантанту в области его шейки, что согласуется с результатами клинических исследований, согласно которым именно в этой зоне наиболее высок процент осложнений. Обсуждаются способы дальнейшей оптимизации имплантантов и протезных конструкций» [19].

В сферу интересов современной стоматологии входит повышение эффективности ортопедического лечения больных на основе перспективных конструкций имплантантов, в частности внутрикостных. Эта задача решается группой отечественных исследователей на основе многофакторной оценки состояния зубо-челюстной системы с использованием математического моделирования МКЭ, результаты изложены в журнале «Стоматология» [20].

Модель «зуб-имплантант-пародонт» представляет собой сложную в геометрическом и физическом отношении систему, расчет которой возможен только численным методом. При этом МКЭ наиболее предпочтителен, т.к. позволяет учитывать реальные особенности структуры биомеханического объекта и легко адаптируется к изменению формы и внешних нагрузок. Для моделирования напряженно-деформированных состояний челюстной кости при различных вариантах дентальных имплантантных систем группа российских авторов предлагает подход, сочетающий пространственную теорию упругости, МКЭ, цифровую обработку изображений, полученных на компьютерном томографе, представление результатов анализа с помощью средств машинной графики. Результаты представлены в виде атласа с цветными иллюстрациями [21].

Исследования на Украине в области стоматологии, опирающиеся на моделирование с применением МКЭ, представлены в статьях [11–15]. В работе [13] изучаются физиологическая и патологическая подвижности зубов (рис.1,2).

Примером описания использования ППП COSMOS/M в стоматологии является статья японских исследователей [22]. Они сравнивали напряжения в костной ткани вокруг опоры дентальных имплантантов под действием статической вертикальной нагрузки. Объектами моделирования были мостовидные протезы, укрепленные на имплантантах в боковом отделе нижней челюсти. На основе МКЭ конструировались двумерные модели протезов разной конструкции. В случае, когда опоры мостовидного протеза располагались по прямой линии, снижение напряжений в костной ткани вокруг имплантантов наблюдалось по мере уменьшения расстояния между крайними опорами и увеличения числа опорных элементов.

В случае моделирования консольных протезов (разновидность несъемных протезов, имеющих одностороннюю опору) наблюдалось увеличение значений напряжения по сравнению с традиционными мостовидными протезами, и значительное увеличение напряжения в костной ткани вокруг опорных элементов происходило наряду с уменьшением дистанции между крайними опорами и с удлинением консольного плеча. Авторы доказывают незначительную эффективность увеличения общего числа имплантантовых опор для уменьшения напряжений в костной ткани.

В статье "A facial growth analysis based on FEM employing three dimensional surface measurement by a rapid laser device" [25] описывается применение МКЭ и ППП COSMOS/M для изучения развития черепа при долгосрочном наблюдении. Целью исследования являлось трехмерное измерение (с помощью лазера), моделирование и анализ характера изменения направления напряжений в лицевом скелете на каждой стадии развития человека.

Обследовали черепа людей разного возраста (0, 3, 6, 9, 12, 18 лет) в трехмерном пространстве с помощью лазерной техники. Из 70000 точек на лицевом скелете выбирали 16 ориентиров для формирования условий применения МКЭ. Применили ППП COSMOS/M для анализа методом конечных элементов на персональном компьютере. Изучая распределение напряжений, авторы пришли к двум выводам:

1. Уровень напряжений в возрасте 0-3 и 3-6 лет постепенно возрастает от мыщелковой области до подбородочной, в то же время максимальный уровень напряженности по сравнению со всеми другими областями наблюдается в теле челюсти.

2. В общем, уровень напряженности всех областей, исключая подбородочную, назальную и тело, является равномерным. Результаты указывают на значительные изменения нижней челюсти, особенно в ранней стадии развития, направление развития: от подбородочной области к мыщелковой.

Для сравнительной оценки различных стоматологических конструкций помимо лабораторных и клинических испытаний применимо и математическое моделирование, в частности МКЭ. Немецкие ученые в статье "All-ceramic resin-bonded bridges. A 3-dimensional finite-element analysis study" [26] определили

устойчивость к нагрузкам несъемных мостовидных протезов различной конструкции.

По мнению авторов, протезы с металлическим каркасом имеют ряд недостатков: серое мерцание металла сквозь облицовку, высокий уровень коррозии, значительный аллергенный потенциал, особенно в случае применения недрагоценных сплавов. Современные технологии позволяют облицовывать керамическими массами полимерные каркасы. Цель исследования: выяснить влияние направления нагрузки (под углом в 45 , 60 градусов) и формы промежуточной части на распределение напряжений в мостовидных протезах.

Чтобы смоделировать анатомическую ситуацию, синтезировали трехмерную модель, основываясь на методе конечных элементов. Ударная нагрузка имела значение в 250 Н и была ориентирована в орально-щечном направлении. Точка приложения нагрузки была смещена на 1,5 мм в небную сторону от режущего края. Обнаружено, что напряжение в конструкциях значительно больше при возрастании угла приложения нагрузки до 60 градусов. Тонкие перемычки (3 мм в высоту) и/или глубокая разделка в протезах обуславливают напряжения вплоть до 455 МПа (при угле в 45 градусов) или 534 МПа (при угле в 60 градусов). Отсутствие разделки, закругление краев и увеличение перемычек (4 мм) снижают напряжения до 122 МПа (45 градусов) и 143 МПа (60 градусов). Так как средняя прочность на разрыв для керамики составляет 340-400 МПа, цельнокерамические мостовидные протезы на полимерном каркасе могут быть рекомендованы только при высоте перемычек не менее 4 мм. Закругление краев и минимальная разделка способствуют уменьшению напряжений в ортопедических конструкциях.

Трехмерный анализ МКЭ проводился, чтобы оценить уровень напряженности в кости, имплантанте и его головке при применении золотых сплавов, керамических или полимерных (пластмассовых и композитных) несъемных протезов [27]. Увеличивающаяся нагрузка была приложена по оси и в щечно-язычном направлении по центру мостовидного протеза. Для золотых сплавов и керамики максимальные эквивалентные напряжения были обнаружены во всех частях модели. Почти во всех случаях в моделях с пластмассовыми протезами напряжения были подобными или выше по сравнению с двумя предыдущими материалами. Наибольший уровень напряженности был обнаружен в головках имплантантов при осевом нагружении пластмасс. Защитная роль пластмассы для системы «имплантант-кость» не была подтверждена при условиях данного исследования.

Трехмерный анализ МКЭ был применен, чтобы оценить напряжение в кости вокруг имплантанта из титана при использовании разных конструкций для протезирования частичного отсутствия зубов нижней челюсти [28]. Использовались осевое, щечно-язычное или мезиодистальное направление нагрузжающей силы. Для каждого из данных направлений наивысшее напряжение было характерно для консольных протезов, поддерживаемых двумя имплантантами (M2). Меньшие напряжения были рассчитаны для модели традиционного мостовидного протеза на двух опорах (M3). Наименьшее напряжение обнаружено у модели шины из трех искусственных коронок на трех имплантантах (M1).

При щечно-язычном направлении силы, приложенной к М3, напряжение в кортикальной кости выше по сравнению с рассчитанным для М2 при тех же условиях. При осевом или мезио-дистальном направлении силы, приложенной к модели М3, напряжение в кортикальной кости ниже по сравнению с моделью М1, нагруженной аналогично.

Американские ученые [24] исследовали влияние формы и размера на распределение напряженности в имплантантах из высокопрочного нитрида кремния под действием вертикальной и наклонной сил, используя трехмерный анализ МКЭ. Математические модели были построены на основе изучения серии разрезов нижней челюсти. Используя программное обеспечение "Auto-CAD", моделировали расположение имплантантов в области нижних левых жевательных зубов.

Результаты расчетов показали, что на распределение напряжений в окружающей кости влияют, в первую очередь, форма имплантанта и направление действующих сил. Менее важным фактором является размер имплантанта. Наибольшую площадь опоры в костной ткани имеют по сравнению с конусовидными и цилиндрическими опорами имплантанты зубчатой формы. Следовательно, вокруг зубчатых имплантантов наблюдают низкое сжимающее напряжение.

При увеличении диаметра и длины имплантантов сжимающее напряжение уменьшается. Распределение напряжения вокруг зубчатых имплантантов равномернее по сравнению с цилиндрическими и конусовидными. Результаты исследований при двух направлениях сил (вертикальном и наклонном) показали, что сжимающее напряжение в кортикальной кости вокруг шейки имплантанта выше, чем в ячеистой кости на протяжении имплантанта. Наиболее высокими являются сжимающие напряжения при наклонном приложении силы. Данное исследование предоставляет первую информацию о взаимосвязях между формой имплантантов из нитрида кремния и напряжениях в окружающей кости.

Помимо сообщений о моделировании искусственных конструкций и имплантантов, в иностранной литературе есть сведения о применении МКЭ для расчетов биомеханических показателей естественных зубов. Примером может служить статья под названием: "Analysis of a central maxillary incisor by using a three-dimensional finite element method" [23]. Это попытка определить напряжения в верхнем первом резце, основываясь на МКЭ. Зуб моделировался изотропным, гомогенным, эластичным и несимметричным. Сила в 450 Н прилагалась под углом 26 градусов по отношению к длинной оси на режущем угле зуба. Выявлено распределение сжимающих, растягивающих и сдвигающих напряжений для всей структуры резца. При данных параметрах нагрузки возможны трещины и переломы твердых тканей зуба.

В работе немецких ученых [29] МКЭ применялся для анализа напряжений, возникающих в нижней челюсти. Нагрузка задавалась в трех узлах переднего зуба (рис.3,4).

Метод конечных элементов является основой исследовательского проекта "Effects of thermal and mechanical loading on restored human teeth", разрабатываемого на факультете инженерной механики Королевского колледжа (г.Лондон) [30]. Авторам проекта принадлежит серия публикаций по данной теме [31–36].

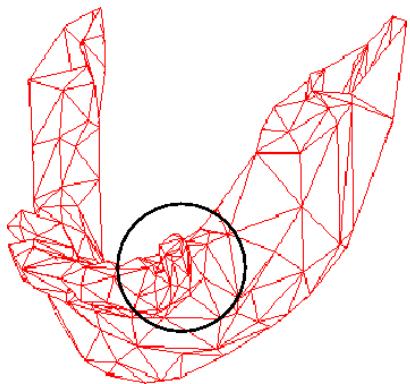


Рис. 4. Объемная конечно-элементная модель нижней челюсти с одним передним зубом (225 треугольников) [29]

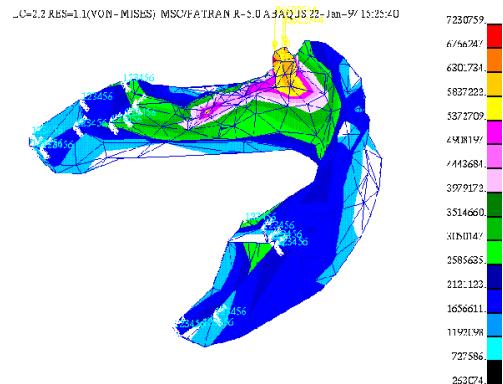


Рис. 5. Поле напряжений при действии вертикальной силы на передний зуб [29]

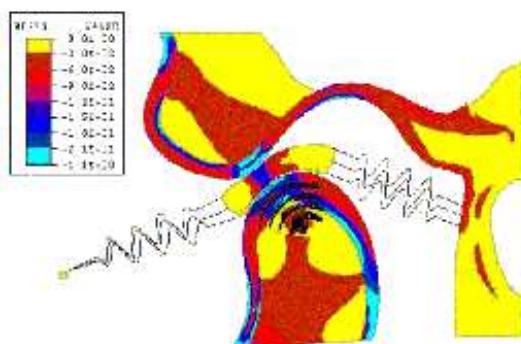


Рис. 6. Распределение напряжений при открывании рта [37]

Двумерные и трехмерные модели, основанные на МКЭ, были построены и использованы для анализа и компьютерных экспериментов по изучению биомеханики височно-нижнечелюстного сустава (ВНЧС) в работе американских исследователей [37] (рис. 5).

Таким образом, математическое моделирование является современным методом при биомеханических исследованиях. Возможности применения метода конечных элементов в стоматологических изысканиях очень широки. Об этом свидетельствует приведенный выше анализ отечественных и зарубежных литературных источников. Однако область приложения МКЭ и основанных на данном методе компьютерных программ далеко не исчерпана. Составители обзора считают интересным и необходимым применение современных методов математического анализа и в своих научных исследованиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев В.А. *Выбор конструкции зубных протезов и имплантантных систем на основе программного математического моделирования при лечении больных с различными дефектами зубных рядов*. Дис. д-ра мед. наук. Иркутск, 1996.
2. Гуц А.К., Капотина Т.Н., Панова Н.И., Семенюк В.М., Файзуллин Р.Т., Яковлев К.К. *Математическое обоснование к использованию корней фронтальных зубов, разрушенных ниже уровня десны, под штифтовые конструкции*. / Деп. в ВИНИТИ 21.06.95. N. 1790 - И95. 22 с.
3. Капотина Т.Н., Семенюк В.М., Яковлев К.К., Гуц А.К., Панова Н.И. *Математическое обоснование к использованию культивой штифтовой вкладки с «воротничком» при разрушении корней зубов ниже уровня десны* // Вестник Омского университета. 1996. N.2. С.17–19.
4. Маркин В.А. *Прогнозирование осложнений при использовании металлокерамических протезов с помощью математического моделирования*. Дис. канд. мед. наук. М., 1999.
5. Олесова В.Н., Клепилин Е.С., Балгурин О.С. и др. *Биомеханическое и клиническое обоснование штифтовых конструкций на основе стекловолокна* // Панорама ортопедической стоматологии. 2001. N.2. С.4–5.
6. Олесова В.Н., Клепилин Е.С., Балгурин О.С. и др. *Сравнение биомеханики штифтовых конструкций со стекловолоконным и титановым штифтами* // Панорама ортопедической стоматологии. 2001. N.3. С.22–23.
7. Погожев И.Б. *Применение математических моделей заболеваний в клинической практике*. В кн. Вычислительные процессы системы. Вып.3 / Под ред. Г.И. Марчука. М., 1985. С.108–165
8. Семенюк В.М., Гуц А.К., Капотина Т.Н., Вагнер В.Д., Яковлев К.К. *Отдаленные результаты использования корней фронтальных зубов, разрушенных ниже уровня десны, в качестве опоры для штифтовых конструкций* // Пути развития стоматологии: итоги и перспективы. Материалы конференции 27-27 апреля 1995. Екатеринбург, 1995. С.204–206.
9. Семенюк В.М., Гуц А.К., Капотина Т.Н., Вагнер В.Д. *Выносливость опорно-удерживающего аппарата зуба, восстановленного литой культивой штифтовой конструкцией, к вертикальной нагрузке* // Перспективы развития современной стоматологии: проблемы уральского региона. Материалы конференции стоматологов 20-22 мая 1997. Екатеринбург: Уральская гос. мед. академия, 1997. С.211–213.
10. Капотина Т.Н., Семенюк В.М., Буланова Е.Л., Гуц А.К., Ахметянов А.Ш. *Методические подходы при использовании корней фронтальных зубов, разрушенных ниже уровня десны, для протезирования (хирургические и терапевтические мероприятия, особенности формирования культи корня зуба и получения оттисков, технология штифтовых конструкций)*. Рекомендации для врачей-стоматологов, интернов и студентов. Омск: Омская гос. мед. академия, 1996. 20 с.
11. Чуйко А.Н. *О возможностях конечно-элементного моделирования в ортопедической стоматологии* // Стоматолог. 2000. N.3. С.37–38.
12. Чуйко А.Н., Бережная Е.О., Бахуринский Н.Ю. *О современных возможностях биомеханического анализа в стоматологии* // Стоматолог. 2001. N.1–2. С.36–41.
– http://www.100matolog.com/archive/2001/1/art_37.htm

13. Чуйко А.Н., Бережная Е.О. *Подвижность и податливость зуба. Биомеханический анализ* // Стоматолог. 2001. N.4. С.15–19.
– http://www.100matolog.com/archive/2001/4/art_15.htm
14. Чуйко А.Н. *Конечно элементный анализ в стоматологии.*
– <http://fem.bi.com.ua/index.shtm>
15. Чуйко А.Н. *О роли и современных возможностях биомеханического анализа в стоматологии.* – <http://fem.bi.com.ua/article/templ.shtm>
16. Семенюк В.М., Артюхов А.В., Сырцова А.В., Гуц А.К. *Математические модели интактного моляра и моляра после гемисекции* // Математические структуры и моделирование. 2001. Вып.8. С.52–55.
17. Семенюк В.М., Гуц А.К., Панова Н.И. *Компьютерные эксперименты с моделью штифтовой конструкции с большим диаметром штифта* // Математические структуры и моделирование. 2002. Вып.9 (данный сборник).
18. Арутюнов С.Д., Чумаченко Е.Н., Лебеденко И.Ю., Арутюнов А.С. *Сравнительный анализ результатов математического моделирования напряженно-деформированного состояния различных конструкций штифтовых зубных протезов* // Стоматология. 2001. N.2. С.41–46.
– <http://www.mediasphera.ru/stomatol/2001/2/r2-01con.htm>
19. Матвеева А.И., Иванов А.Г., Гветадзе Р.Ш., Гаврюшин С.С., Карасев А.В. *Повышение эффективности ортопедического лечения больных на основе математического моделирования перспективных конструкций имплантантов* // Стоматология. 1997. N.5. С.44–48. – <http://www.mediasphera.ru/stomatol/97/5/r5-97ref.htm>
20. Матвеева А.И., Канатов В.А., Гаврюшин С.С. *Математическое моделирование ортопедических конструкций с опорой на внутрикостные имплантанты* // Стоматология. 1991. N.4. С.62–65.
21. *Атлас напряженных состояний дентальных имплантантных систем* / В.А. Воробьев, Т.М. Ратинер, А.С. Рубинов, В.В. Дудкин; под ред. М.З. Миргиззова. Ангарск, 1997. 58 с.
22. Arataki T., Adachi Y., Kishi M. *Two-dimensional finite element analysis of the influence of bridge design on stress distribution in bone tissues surrounding fixtures of osseointegrated implants in the lower molar region* // Bull. Tokyo Dent. Coll. 1998. V.39, N.3. P.199–209.
23. Darendeliler S, Darendeliler H, Kinoglu T. *Analysis of a central maxillary incisor by using a three-dimensional finite element method* // J. Oral Rehabil. 1992. V.19, N.4. P.371–383.
24. Lin S, Shi S, LeGeros RZ, LeGeros JP. *Three-dimensional finite element analyses of four designs of a high-strength silicon nitride implant* // Implant Dent. 2000. V.9, N.1. P.53–60.
25. Motegi N, Tsutsumi S, Wakatsuki E. *A facial growth analysis based on FEM employing three dimensional surface measurement by a rapid laser device* // Okajimas Folia Anat Jpn. 1996. V.72, N.6. P.323–328.
26. Pospiech P, Rammelsberg P, Goldhofer G, Gernet W. *All-ceramic resin-bonded bridges. A 3-dimensional finite-element analysis study* // Eur J. Oral Sci. 1996. V.104, N.4 (Pt.1). P.390–405.
27. Stegaroiu R, Kusakari H, Nishiyama S, Miyakawa O. *Influence of prosthesis material on stress distribution in bone and implant: a 3-dimensional finite element analysis* // Int J. Oral Maxillofac Implants. 1998. V.13, N.6. P.781–790.

28. Stegaroiu R, Sato T, Kusakari H, Miyakawa O. *Influence of restoration type on stress distribution in bone around implants: a three-dimensional finite element analysis* // Int J. Oral Maxillofac Implants. 1998. V.13, N.1. P.82–90.
29. Fütterling S., Klein R., Kremer J. *Modeling and finite element analysis of the human mandible*. – <http://www.gris.uni-tuebingen.de/gris/jb96/node20.html>.
30. Fenner D.N. *Research Project: Effects of thermal and mechanical loading on restored human teeth*. – <http://www.eee.kcl.ac.uk/mecheng/dnf/teeth.html>
31. Fenner D.N., Cheung P.W-Y., Robinson P.B. *Finite element analysis of transient heat conduction in a restored human premolar* // Proc.2nd Int.Symposium on Computer Methods in Biomechanics & Biomedical Engineering, 1994, Swansea.
32. Cheung P.W-Y., Fenner D.N., Robinson P.B. *Thermal shock in a restored premolar: a three-dimensional finite element analysis* // J.Dental Research. 1995. V.74, N.3. P.882.
33. Fenner D.N., Cheung P.W-Y., Robinson P.B. *Thermal shock in a restored premolar: a three-dimensional finite element analysis* // Proc. Annual Conference of British Society for Dental Research, April 1995, Manchester.
34. Fenner D.N., Cheung P.W-Y., Robinson P.B. *Finite element analysis of transient heat conduction in a restored human premolar*. – Computer Methods in Biomechanics & Biomedical Engineering / J.Middleton et al. Gordon & Breech, 1996. P.451-459.
35. Fenner D.N., Cheung P.W-Y., Robinson P.B. *Finite element analysis of stresses in dental tissues due to transient heat conduction* // Proc. Annual Conference of British Society for Dental Research, Bristol, April 1996.
36. Cheung P.W-Y., Fenner D.N., Robinson P.B. *Finite element analysis of dental stresses due to transient heat conduction* // J.Dental Research. 1996. V.75, N.5, P.1166–1167.
37. DeVocht J.W., Goel V.K., Zeitler D.L., Lew D., Hoffman E.A. *Development of a Finite Element Model to Simulate and Study the Biomechanics of the Temporomandibular Joint*.
38. Chen J., Xu L. *A finite element model of the human temporomandibular joint* // J.Biomechanic Engr. 1994. V.116. P.401–407.