Доклады Академии наук СССР
1965. Том 163, № 4

ФИЗИКА

РОБЕРТ ОРОС ди БАРТИНИ

НЕКОТОРЫЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ФИЗИЧЕСКИМИ КОНСТАНТАМИ

(Представлено академиком Б. М. Понтекорво 23 IV 1965)

Рассмотрим некоторый тотальный и, следовательно, уникальный экземпляр A. Установление тождества экземпляра с самим собою $A \equiv A$; $A \cdot \frac{1}{A} = 1$ можно рассматривать как отображение, приводящее образы A в соответствие с прообразом A. Экземпляр A, по определению, может быть сопоставлен только с самим собой, поэтому отображение является внутренним и, согласно теореме Стилова, может быть представлено в виде суперпозиции топологического и последующего аналитического отображения. Совокупность образов A составляет точечную систему, элементы которой являются эквивалентными точками; n-мерная аффинная протяженность, содержащая в себе $(n+1)$ элементов системы, преобразуется в себя линейно $x_i' = \sum\limits_{k=1}^{n+1} a_{ik} x_k$.

При всех действительных a_{ik} унитарное преобразование

$$\delta_{il} = \sum_k a_{ik}{}^* a_{lk} = \sum_k a_{ki}{}^* a_{kl} \quad (i, k = 1, 2, \ldots, n+1)$$

является ортогональным, так как $\det a_{ik} = \pm 1$, следовательно, преобразование представляет собой вращение или инверсионный поворот.

Проективное пространство, содержащее в себе совокупность всех образов объекта A, метризуемо. Метрическая протяженность R^n, совпадающая целиком со всей проективной протяженностью, является, согласно теореме Гамеля, замкнутой.

Группа совмещений эквивалентных точек, изображающих элементы множества образов A, составляет конечную систему, которую можно рассматривать как топологическую протяженность, отображенную в сферическое пространство R^n. Поверхность $(n+1)$-мерной сферы, эквивалентная объему n-мерного тора, полностью, правильно и везде плотно заполнена n-мерной, совершенной, замкнутой и конечной точечной системой образов A. Размерность протяженности R^n, целиком и только вмещающей в себя множество элементов образования, может быть любым целым числом n в интервале от $(1-N)$ до $(N-1)$, где N — число экземпляров ансамбля.

Будем рассматривать последовательности случайных переходов между конфигурациями различного числа измерений как векторные случайные величины, т. е. как поля. Пусть дифференциальная функция распределения частот (тона) переходов ν задана выражением $\varphi(\nu) = \nu^n \exp[-\pi\nu^2]$. Если $n \geqslant 1$, то математическое ожидание частоты перехода из состояния n равно

$$m(\nu) = \int\limits_0^\infty \nu^n \exp[-\pi\nu^2]\, d\nu \Big/ \int\limits_0^\infty \exp[-\pi\nu^2]\, d\nu = \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \Big/ 2\pi^{(n+1)/2}.$$

Статистический вес длительности определенного состояния есть величина, обратная к вероятности изменения этого состояния. Поэтому наиболее вероятное, актуальное, число измерений конфигурации ансамбля есть число n, при котором величина $m(\nu)$ имеет минимум. Обратное значение функции $m(\nu)$ $\Phi_n = 1/m(\nu) = {}_SS_{n+1} = {}_TV_n$ изоморфно функции величины поверхности гиперсфер единичного радиуса в $(n+1)$-мерном пространстве. Эта изоморфность адэкватна эргодической концепции, согласно которой пространственная и временная совокупность являются эквивалентными аспектрами многообразия. Положительная ветвь функции Φ_n унимодальна, при отрицательных значениях $(n+1)$ функция знакопеременна.

Максимальное значение объема протяженности образования имеет место при $n = \pm 6$, следовательно, наиболее вероятное и наименее невероятное, экстремальное, распределение элементарных образов объекта A соответствует 6-мерной конфигурации.

Одним из основных понятий в теории размерности комбинаторной топологии является понятие нерва, из которого следует, что всякая компактная метрическая протяженность размерности $2n+1$ может быть гомеоморфно отображена на эвклидово подмножество размерности n.

Все четномерные пространства можно рассматривать как произведения двух нечетномерных протяженностей одинаковой размерности и противоположной ориентации, вложенных друг в друга. Все нечетномерные проективные пространства при иммерсии в протяженность собственных измерений являются ориентируемыми, в то время как пространства четной размерности являются односторонними. Таким образом, протяженность, форма существования объекта A является $(3+3)$-мерным комплексным многообразием, состоящим из произведения 3-мерной пространственноподобной и ортогональной к ней 3-мерной времениподобной протяженности, обладающими ориентацией. Геометрия этих многообразий определяется установленной в них метрикой, измеряющей интервал с квадратической формой

$$\Delta s^2 = \Phi_n{}^2 \sum_{ik}^{n} g_{ik} \Delta x^i \Delta x^k \quad (i, k = 1, 2, \ldots, n),$$

который зависит, кроме функции координат g_{ik}, также от функции числа независимых параметров Φ_n.

Тотальная протяженность многообразия конечна и неизменна, следовательно, сумма протяженностей реализованных в ней формаций — величина, инвариантная относительно ортогональных преобразований. Инвариантность суммарной протяженности образования выражается квадратической формой $N_i r_i{}^2 = N_k r_k{}^2$, где N — число экземпляров, а r — радиальный эквивалент формации.

Конфигурации отрицательной размерности являются инверсионными *образами, соответствующими антисостояниям системы*, они обладают зеркальной симметрией при $n = 2\ (2m-1)$ и прямой симметрией при $n = 2(2m)$, $m = 1, 2, \ldots$ Конфигурации нечетной размерности не имеют антисостояния. Объем антисостояний равен $V_{(-n)} = 4(-1/V_n)$.

Уравнения физики принимают простой вид, если в качестве системы измерения принять кинематическую систему (LT), единицами которой являются два аспекта радиуса инверсии областей пространства R^n: l — элемент пространственноподобной протяженности подпространства L и t — элемент, времениподобной протяженности подпространства T. Введение однородных координат позволяет свести теоремы проективной геометрии к алгебраическим эквивалентам и геометрические соотношения — к кинематическим связям.

В кинематической системе показатели степеней в структурных формулах размерностей всех физических величин, в том числе и электромагнитных, являются целыми числами.

Физические константы выражаются некоторыми соотношениями геометрии ансамбля, приведенными к кинематическим структурам. Наиболее устойчивой форме кинематического состояния соответствует наиболее вероятная форма статистического существования формации. Величину физических констант можно определить следующим образом.

Максимальное значение вероятности состояния соответствует объему 6-мерного тора и равно

$$V_6 = \frac{16\pi^3}{15} r^6 = 33{,}0733588 r^6.$$

Экстремальные значения — максимум положительной и наименьший минимум отрицательной ветви функции Φ_n равны:

$$\begin{array}{lll} n+1 & +7{,}256\,946\,404 & -4{,}991\,284\,10 \\ S_{n+1} & +33{,}161\,194\,485 & -0{,}120\,954\,210\,8. \end{array}$$

Отношение экстремальных значений функций S_{n+1} равно

$$\bar{E} = |+S_{n+1\,\max}|/|-S_{n+1\,\min}| = 274{,}163\,208\ r^{12}.$$

С другой стороны, конечный сферический слой протяженности R^n, равномерно и везде плотно заполненный дублетами элементарных образований A, эквивалентен концентрическому с ним вихревому тору. Зеркальное изображение этого слоя есть другой концентрический однородный двойной слой, который, со своей стороны, эквивалентен вихревому кольцу, соосному с первым. Для $(3+1)$-мерного случая подобные образования исследованы Левисом и Лармором.

Условия стационарности вихревого движения выполняются, когда

$$V \times \operatorname{rot} V = \operatorname{grad} \varphi, \quad 2\omega\, ds = d\psi = d\varkappa,$$

где циркуляция $\varkappa$ — основной кинематический инвариант поля. Вихревое движение устойчиво в том случае, когда линии тока совпадают с траекторией ядра. Для $(3+1)$-мерного вихревого тора $V_\varkappa = \frac{\varkappa}{2\pi D}\left[\ln\frac{4D}{r} - \frac{1}{4}\right]$ где r — радиус циркуляции и D — диаметр кольца тора. Скорость в центре образования $V_\odot = u\pi D / 2r$.

Условие $V_\varkappa = V_\odot$ в нашем случае выполняется, когда при $n = 7$

$$\ln\frac{4D}{r} = (2\pi + 0{,}250\,148\,03)\frac{2n+1}{2n} = 2\pi + 0{,}250\,148\,03 + \frac{n}{2n+1} = 7,$$

$$D/r = \bar{E} = {}^1\!/_4 e^7 = 274{,}158\,36.$$

В поле вихревого тора на боровском радиусе заряда $\gamma = 0{,}999\,902\,8$ и π принимает значение $\pi^* = 0{,}999\,951\,4\ \pi$. Тогда $E = {}^1\!/_4 e^{6{,}999\,896\,8} = 274{,}074\,996$. Вводя отношение $B = V_6 E/\pi = 2885{,}3453$, в кинематической системе $[LT]$ величины всех физических констант K единообразно выразим простыми соотношениями между E и B

$$K = \delta E^\alpha B^\beta,$$

где δ равняется некоторому квантованному повороту, α и β — некоторые целые числа.

В табл. 1 даны аналитические и экспериментальные значения некоторых физических констант и в приложении приведено опытное определение единиц системы CGS, так как они являются конвенциональными величинами, а не физическими константами.

	$K = \delta E^{\alpha} B^{\beta}$	Аналитические значения	Экспериментальные значения
Постоянная Зоммерфельда	$2^{-1}\pi^0 E B^0$	$1{,}370\,374\,9\cdot 10^{2} l^0 t^0$ $см^0\cdot г^0\cdot сек^0$	$1{,}370\,374\,3\cdot 10^{2}$
Постоянная гравитации	$2^{-2}\pi^{-1}E^0B^0F$ *	$7{,}986\,888\,8\cdot 10^{-2} l^0 t^0$ $6{,}670\,024\,6\cdot 10^{-8} см^3\cdot г^{-1} сек^{-2}$	$6{,}670\cdot 10^{-8}$
Базисное отношение зарядов	$2^0\pi^0E^0B^6$	$5{,}770\,146\,0\cdot 10^{20} l^{-1} t$ $5{,}273\,304\,76\cdot 10^{17} см^{3/2}\cdot г^{-2}\cdot сек^{1/2}$	$5{,}273\,058\,5\cdot 10^{17}$
Базисное отношение масс	$2^1\pi^{-1}E^0B^1$	$1{,}836\,867\,8\cdot 10^{3} l^0 t^0$ $см^0\cdot г^0\cdot сек^0$	$1{,}836\,30\cdot 10^{3}$ **
Эффективный гравитационный радиус электрона	$2^{-1}\pi^0E^0B^{-12}$	$2{,}390\,102\,2\cdot 10^{-43} l t^0$ $0{,}673\,495\,1\cdot 10^{-55} см^1\cdot г^0\cdot сек^0$	$0{,}674\cdot 10^{-55}$
Электрический радиус электрона	$2^{-1}\pi^{-1}E^0B^{-6}$	$2{,}758\,247\,7\cdot 10^{-21} l t^0$ $7{,}772\,329\,1\cdot 10^{-35} см^1\cdot г^0\cdot сек^0$	—
Классический радиус электрона	$2^0\pi^0E^0B^0$	$1{,}000\,000\,0\cdot 10^{0} l t^0$ $2{,}817\,850\,2\cdot 10^{-13} см^1\cdot г^0\cdot сек^0$	$2{,}817\,85\cdot 10^{-13}$
Космический радиус	$2^1\pi^1E^0B^{12}$	$2{,}091\,951\,2-10^{42} l^3 t^{-2}$ $5{,}894\,831\,5\cdot 10^{28} см^1\cdot г^0\cdot сек^0$	$6{,}10^{28} > 10^{28}$
Масса электрона	$2^0\pi^0E^0B^{-12}$	$3{,}003\,491\,6\cdot 10^{-43} l^3 t^{-2}$ $9{,}108\,300\,6\cdot 10^{-28} см^0\cdot г^1\cdot сек^0$	$9{,}1083\cdot 10^{-28}$
Масса нуклонная	$2\pi^{-1}E^0B^{-11}$	$5{,}517\,016\,4\cdot 10^{-39} l^3 t^{-2}$ $1{,}673\,074\,2\cdot 10^{-24} см^0\cdot г^1\cdot сек^0$	$1{,}6725\cdot 10^{-24}$ **
Масса космическая	$2^2\pi^2E^0B^{12}$	$1{,}314\,417\,5\cdot 10^{43} l^3 t^{-2}$ $3{,}936\,064\,2\cdot 10^{57} см^0\cdot г^1\cdot сек^0$	$>10^{56}$
Период космический	$2^1\pi^1E^0B^{12}$	$2{,}091\,931\,2\cdot 10^{42} l^0 t^1$ $1{,}936\,300\,9\cdot 10^{19} см^0\cdot г^0\cdot сек^1$	$2\cdot 10^{18} > 10^{7}$
Заряд электрона	$2^0\pi^0E^0B^{-6}$	$1{,}733\,058\,4\cdot 10^{-21} l^3 t^{-2}$ $4{,}802\,850\,2\cdot 10^{-10} см^{3/2}\cdot г^{-1}\cdot сек^{1/2}$	$4{,}802\,86\cdot 10^{-10}$
Число элементарных экземпляров	$2^2\pi^2E^0B^{24}$	$4{,}376\,299\,0\cdot 10^{84} l^0 t^0$ $см^0\cdot г^0\cdot сек^0$	$>10^{82}$

* $F = E/(E-1) = 1{,}003\,662\,0$.

** Масса протона равна 0,999 695 нуклонной массы.

Совпадение теоретических и наблюдаемых величин констант позволяет предполагать, что можно отождествлять все метрические свойства рассматриваемого тотального и уникального экземпляра со свойствами наблюдаемого Мира, тождественного с единственной фундаментальной «частицей» A. В другом сообщении будет показано, что $(3+3)$-мерность пространства — времени является экспериментально проверяемым фактором и что 6-мерная модель свободна от логических трудностей, созданных $(3+1)$-мерной концепцией фона.

Приложение

Определение величины 1 см CGS. Аналитическое значение постоянной Ридберга $[R_\infty] = (1/4\pi E^3) l^{-1} = 3{,}092\,2328\cdot 10^{-8}\, l^{-1}$, экспериментальное значение постоянной Ридберга $(R_\infty) = 109\,737{,}311 \pm 0{,}012$ см$^{-1}$; следовательно, 1 см CGS $= (R_\infty)/[R_\infty] = 3{,}548\,8041\cdot 10^{12}\, l$.

Определение величины 1 сек CGS. Аналитическое значение фундаментальной скорости $[c] = l/t = 1$; экспериментальное значение скорости света в вакууме $(c) = 2{,}997\,930 \pm 0{,}000008\,0\cdot 10^{10}$ см сек$^{-1}$; следовательно, 1 сек CGS $= (c)/l[c] = 1{,}063\,906\,6\cdot 10^{23}\, t$.

Определение величины 1 г CGS. Аналитическое значение отношения $[e/mc] = B^6 l^{-1} t = 5{,}770\,146\,0\cdot 10^{20}\, l^{-1} t$; экспериментальное значение отношения $(e/mc) = 1{,}758\,897 \pm 0{,}000\,032\cdot 10^{7}$ $(см\cdot г^{-1})^{1/2}$; следовательно, 1 г CGS $= \dfrac{(e/mc)^2}{l\,[e/mc]^2} = 3{,}297\,532\,5\cdot 10^{-15}\, l^3 t^{-2}$.

Автор выражает благодарность Н. Н. Боголюбову, В. М. Понтекорво и С. С. Гирштейну за обсуждение работы, а также П. С. Кочеткову, помогавшему произвести отдельные вычисления и З. И. Ивановой-Зенкович, Т. Н. Елецкой и М. Я. Истоминой, выполнившим расчет экстремумов функции Φ_n.

Поступило
23 IV 1965